

Bei der Abtastratenerniedrigung werden in regelmäßigen Abständen Abtastwerte ausgelassen, was einer reduzierten Abtastfrequenz der Teilbandsignale entspricht. Bei der hier ausschließlich betrachteten sog. kritischen Abtastratenerniedrigung ist die Summe der Abtastfrequenzen aller Teilbandsignale am Ausgang der Analysefilterbank gleich der Abtastfrequenz des HDTV-Signals.

Die gefilterten und dezimierten Teilbandsignale $s_0 \dots s_{N-1}$ werden quantisiert und codiert. Die Quantisierung der Teilbandsignale erfolgt in dieser Arbeit skalar und erzeugt die Teilbandsignale $s'_0 \dots s'_{N-1}$. Dabei werden gleichförmige Quantisierer eingesetzt, bei denen die Stufenbreite individuell für jedes Teilbandsignal gewählt werden kann. Als Entropiecoder der quantisierten Teilbandsignale wird in jedem Teilband ein Optimalcoder mit vernachlässigbarer Restredundanz verwendet.

Die so codierten Teilbandsignale werden übertragen und decodiert. Im Decoder (Bild 2.3) werden die decodierten Teilbandsignale $s'_0 \dots s'_{N-1}$ ebenso wie im Coder der Synthesefilterbank zugeführt.

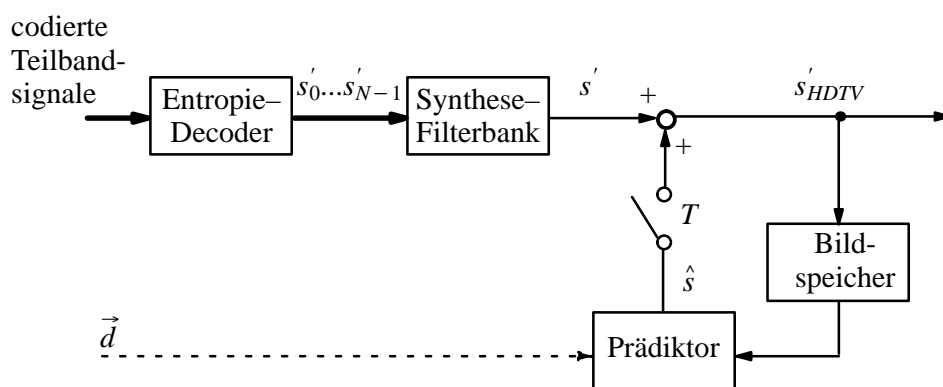


Bild 2.3 Blockschaltbild eines bewegungskompensierenden Teilbanddecoders

Wie Bild 2.4 zeigt, besteht die Synthesefilterbank aus der Abtastratenerhöhung, N Synthesefiltern g_n und der Addition der gefilterten Teilbandsignale. Bei der Abtastratenerhöhung wird die Abtastfrequenz der Teilbandsignale wieder erhöht, so daß in jedem interpolierten Teilbandsignal die Abtastfrequenz des HDTV-Signals vorliegt. Dazu werden zwischen den Abtastwerten der Teilbandsignale s'_n Abtastwerte der Größe Null eingefügt. Das Ausgangssignal s' der Synthesefilterbank ist in der hier betrachteten Betriebsart (I) identisch mit dem rekonstruierten HDTV-Signal s'_{HDTV} .

Durch Verwendung spezieller Filter [1] können die durch die Abtastratenerniedrigung hervorgerufenen möglichen Aliasinganteile der Teilbandsignale in der Synthesefilterbank kompensiert werden, so daß bei hinreichend feiner Quantisierung das HDTV-Originalsignal s_{HDTV} mit dem rekonstruierten HDTV-Signal s'_{HDTV} übereinstimmt. Derartige Filterbänke besitzen somit die Eigenschaft der exakten Rekonstruktion.

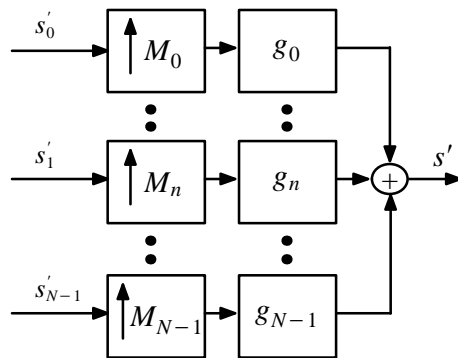


Bild 2.4 Blockschaltbild der Synthesefilterbank

Die Teilbandcodierung ohne bewegungskompensierende Prädiktion reduziert nur die Redundanz innerhalb eines Bildes. Die nachfolgend erläuterte Teilbandcodierung mit bewegungskompensierender Prädiktion ermöglicht dagegen eine zusätzliche Datenreduktion durch Ausnutzung der Bild-zu-Bild-Redundanz.

In der Betriebsart (P) berechnet der Bewegungsschätzer aus dem momentan anliegenden HDTV-Halbbild [30] und den im Bildspeicher des Bewegungsschätzers abgelegten vorangegangenen zwei HDTV-Halbbildern für jeden Block von 16×8 Bildpunkten einen Bewegungsvektor $\vec{d} = (d_x, d_y)^T$. Dieser Block erstreckt sich im Vollbild über eine quadratische Fläche. Mit Hilfe dieser Bewegungsvektoren und der zwei vorangegangenen rekonstruierten Halbbilder wird im bewegungskompensierenden Prädiktor sowohl im Coder als auch im Decoder das Prädiktionssignal \hat{s} erzeugt. Im Coder wird dieses Signal vom HDTV-Signal s_{HDTV} subtrahiert, so daß ein Prädiktionsfehlersignal gemäß Gl. (2.2) als Eingangssignal s der Analysefilterbank vorliegt. Nach der Verarbeitung in der Analysefilterbank wird dieses Signal quantisiert, codiert und anschließend übertragen. Da der Teilbandcoder in dieser Betriebsart (P) ein Prädiktionsfehlersignal verarbeitet, ist die resultierende Datenrate umso geringer, je genauer der bewegungskompensierende Prädiktor arbeitet. Zusätzlich zu den codierten Teilbandsignalen müs-

sen jedoch die Bewegungsvektoren \vec{d} übertragen werden, um das HDTV-Signal rekonstruieren zu können.

Die decodierten Teilbandsignale $s'_0 \dots s'_{N-1}$ erzeugen in der Betriebsart (P) am Ausgang der Synthesefilterbank ein Prädiktionsfehlersignal s' . Zu diesem decodierten Prädiktionsfehlersignal wird das Prädiktionssignals \hat{s} addiert, um das rekonstruierte HDTV-Signal s'_{HDTV} zu erhalten. Das rekonstruierte HDTV-Signal wird sowohl im Decoder als auch im Coder im Bildspeicher abgelegt.

2.1 Zweidimensionale Analyse- und Synthesefilterbank

Die in dieser Arbeit betrachtete Teilbandcodierung geht von einer zweidimensionalen örtlichen Analyse- und Synthesefilterbank aus. Alle dabei verwendeten Teilbandfilter sind separierbar, so daß sich die zweidimensionale Filterbank als eine horizontale Filterbank, gefolgt von einer vertikalen Filterbank, darstellen läßt.

Das Prinzip der hier verwendeten Filterbänke mit Aliasing-Kompensation und der Eigenschaft der exakten Rekonstruktion wird in diesem Abschnitt anhand einer eindimensionalen Zweibandaufteilung erläutert. Danach wird entsprechend die eindimensionale Mehrbandaufteilung beschrieben. Anschließend wird aufbauend auf die eindimensionale Mehrbandaufteilung die in dieser Arbeit untersuchte zweidimensionale Mehrbandaufteilung vorgestellt.

2.1.1 Eindimensionale Zweibandaufteilung

Die Analyse- und Synthesefilterbank einer eindimensionalen Zweibandaufteilung ist in Bild 2.5 gezeigt. Das Eingangssignal $s(m)$ wird in der Analysefilterbank in zwei Teilbandsignale $s_0(m_2)$ und $s_1(m_2)$ gleicher Frequenzbandbreite aufgespalten. Die Analysefilterbank setzt sich aus einem Tiefpaßfilter mit der Impulsantwort $h_0(m)$ und einem Hochpaßfilter mit der Impulsantwort $h_1(m)$ mit jeweils anschließender Abtastratenerniedrigung zusammen. Bei der Abtastratenerniedrigung wird jeder zweite Abtastwert ausgelassen, so daß die Abtastfrequenz der Teilbandsignale $s_0(m_2)$ und $s_1(m_2)$ gegenüber der Abtastfrequenz des Eingangssignals halbiert ist. Es liegt also eine kritische Abtastratenerniedrigung vor. Der Index 2 der Abtastwerte $s_n(m_2)$ zeigt an, daß gegenüber den Abtastwerten $s(m)$ nur noch jeder zweite Abtastwert erhalten bleibt.

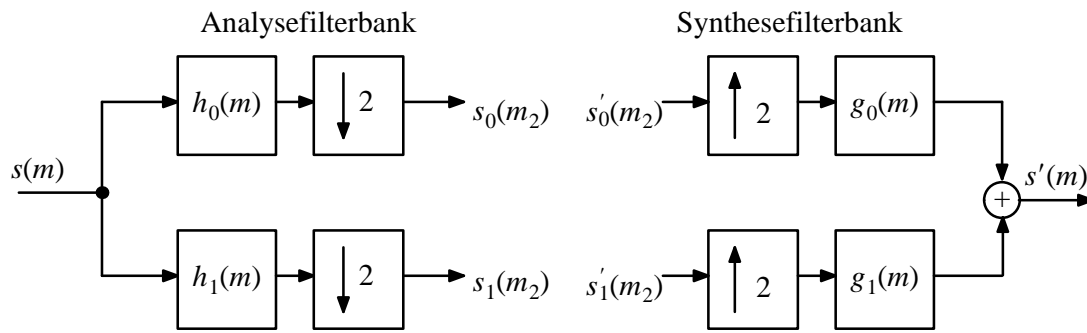


Bild 2.5 Analyse- und Synthesefilterbank einer eindimensionalen Zweibandaufteilung

Die quantisierten Teilbandsignale $s'_0(m_2)$ und $s'_1(m_2)$ werden der Synthesefilterbank, bestehend aus der Abtastratenerhöhung und den Teilbandfiltern $g_0(m)$ und $g_1(m)$, zugeführt. Bei der Abtastratenerhöhung wird die Abtastfrequenz der Teilbandsignale verdoppelt, indem zwischen den vorliegenden Abtastwerten der Teilbandsignale jeweils ein Abtastwert der Größe Null eingefügt wird. Am Ausgang der Synthesefilterbank besitzt das rekonstruierte Signal $s'(m)$ wieder die ursprüngliche Abtastfrequenz.

Im folgenden soll für die Zweibandaufteilung gezeigt werden, welche Beziehungen zwischen den Teilbandfiltern $h_0(m)$, $h_1(m)$, $g_0(m)$ und $g_1(m)$ eingehalten werden müssen, damit die geforderten Eigenschaften der exakten Rekonstruktion und der Aliasing-Kompensation erreicht werden können.

Exakte Rekonstruktion kann mit einem Zweibandsystem überhaupt nur erreicht werden, wenn die Ausgangssignale der Analysefilterbank $s_0(m_2)$ und $s_1(m_2)$ ohne Informationsverlust direkt in die Synthesefilterbank gespeist werden, d.h. wenn

$$s'_n(m_2) = s_n(m_2) \quad \text{mit } n = 0, 1. \quad (2.3)$$

Die weiteren Bedingungen zur Erzielung der exakten Rekonstruktion lassen sich einfach mit Hilfe der z -Transformierten angeben [11]. Abtastratenerniedrigung und Abtastratenerhöhung eines Teilbandsignals werden dabei zusammengefaßt und als eine Multiplikation einer Folge von Abtastwerten mit der Folge $\{1, 0, 1, 0, \dots\}$ bzw. $(1 + (-1)^m)/2$ interpretiert. Für eine gegebene Folge von Abtastwerten $x(m)$ mit zugehöriger z -Transformierter $X(z)$ gilt dann

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{[1 + (-1)^m]}{2} \cdot x(m) \right\} = \frac{1}{2} [X(z) + X(-z)] \quad \text{mit } m = 0, 1, \dots \quad (2.4)$$

Die z -Transformierten der Impulsantworten der Teilbandfilter $h_n(m)$ und $g_n(m)$ seien $H_n(z)$ und $G_n(z)$, die z -Transformierte des Ausgangssignals $s'(m)$ sei $S'(z)$. Hiermit sowie mit Hilfe von Gl. (2.4) läßt sich die Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal der eindimensionalen Zweibandaufteilung formulieren als

$$S'(z) = \frac{1}{2} \left[G_0(z) (H_0(z) S(z) + H_0(-z) S(-z)) \right] \\ + \frac{1}{2} \left[G_1(z) (H_1(z) S(z) + H_1(-z) S(-z)) \right], \quad (2.5)$$

woraus sich

$$S'(z) = \frac{1}{2} (G_0(z) H_0(z) + G_1(z) H_1(z)) S(z) \\ + \frac{1}{2} (G_0(z) H_0(-z) + G_1(z) H_1(-z)) S(-z) \quad (2.6)$$

ergibt. Der erste Summand von Gl. (2.6) beschreibt den Signalanteil; der zweite Summand beinhaltet das durch die Abtastratenreduzierung verursachte Aliasing.

Mit einer Analyse- und Synthesefilterbank läßt sich also Aliasing-Kompensation erzielen, wenn der zweite Term von Gl. (2.6) verschwindet, d.h. wenn

$$G_0(z) H_0(-z) + G_1(z) H_1(-z) = 0. \quad (2.7)$$

Diese Bedingung läßt sich erfüllen wenn

$$G_0(z) = a H_1(-z) \quad (2.8)$$

und gleichzeitig

$$G_1(z) = -a H_0(-z) \quad (2.9)$$

gewählt wird. Gll. (2.8) und (2.9) zeigen, daß bei Aliasing-Kompensation die Synthesefilterbank durch die Analysefilterbank bestimmt wird.

Die Eigenschaft der exakten Rekonstruktion wird erreicht, wenn das Ausgangssignal $s'(m)$ bis auf eine zeitliche Verzögerung mit dem Eingangssignal $s(m)$ übereinstimmt. Die gemeinsame Übertragungsfunktion der Analyse- und Synthesefilterbank stellt in diesem Fall einen Allpaß dar. Ein Teilbandcodierungssystem, dessen Filterbänke jeweils aus Teilbandfiltern mit L Filterkoeffizienten aufgebaut sind, verursacht im Fall

der exakten Rekonstruktion eine zeitliche Verzögerung von $L - 1$ Abtastwerten. Zwischen Ein- und Ausgangssignal gilt also

$$S'(z) = z^{-(L-1)} S(z). \quad (2.10)$$

Um die exakte Rekonstruktion zu ermöglichen, muß Gl. (2.6) neben der Aliasing-Kompensation die Bedingung

$$\frac{1}{2} [G_0(z) H_0(z) + G_1(z) H_1(z)] = z^{-(L-1)} \quad (2.11)$$

erfüllen. Mit Gll. (2.8) und (2.9) ergibt sich aus Gl. (2.11)

$$\frac{a}{2} [H_0(z) H_1(-z) - H_0(-z) H_1(z)] = z^{-(L-1)}. \quad (2.12)$$

Mit der Hilfsgröße $F(z) = H_0(z) H_1(-z)$ bzw. $F(-z) = H_0(-z) H_1(z)$ lautet die inverse z -Transformierte von Gl. (2.12)

$$\frac{a}{2} f(m) (1 - (-1)^m) = \delta(m - L + 1). \quad (2.13)$$

Diese Gleichung kann nur erfüllt werden, wenn die Anzahl L der Koeffizienten gerade ist, da für $m = L - 1$ ansonsten keine Lösung existiert. Daher werden im weiteren nur Filter mit einer geraden Anzahl von Koeffizienten betrachtet.

Die in der Codierung von HDTV-Signalen angestrebte Datenreduktion läßt sich in der Regel nur bei Einsatz lokal adaptiver Quantisierer erreichen. Ein lokal adaptiver Quantisierer erlaubt die Ausnutzung lokaler Wahrnehmungseigenschaften des menschlichen Auges. Er wird daher vom Originalsignal gesteuert. Damit diese Steuerinformation für die Quantisierer der Teilbandsignale einfach umgesetzt werden kann, soll der Bildinhalt in allen Teilbandsignalen die gleiche Phasenverschiebung gegenüber dem Originalsignal besitzen. Dies kann nur mit linearphasigen Teilbandfiltern erreicht werden. Diese Arbeit beschränkt sich daher auf Filterbänke mit linearphasigen Filtern. Für die Impulsantworten linearphasiger Teilbandfilter mit L Koeffizienten gilt

$$h_n(m) = h_n(L - 1 - m), \quad m = 0 \dots L - 1 \quad (2.14)$$

bzw.

$$g_n(m) = g_n(L - 1 - m), \quad m = 0 \dots L - 1. \quad (2.15)$$

Kreuzgliedfilterstruktur der Zweibandaufteilung

Für die Optimierung einer Analyse- und Synthesefilterbank mit der Eigenschaft der exakten Rekonstruktion ist es vorteilhaft, Filter zu verwenden, die bei Variation eines

Filterkoeffizienten die Eigenschaft der exakten Rekonstruktion bewahren. Dies kann durch Verwendung der sogenannten Kreuzgliedfilterstruktur [50] gewährleistet werden. Die Darstellung einer Filterbank mittels einer Kreuzgliedfilterstruktur wird im folgenden näher erläutert. Zu diesem Zweck wird die Analyse- und Synthesefilterbank nach Bild 2.5 zunächst in eine Polyphasendarstellung [50] umgeformt.

Die Übertragungsfunktion des n -ten Teilbandfilters $H_n(z)$ wird dazu aufgespalten in einen Term $H_{n,0}(z^2)$ mit Verzögerungsgliedern gerader Ordnung und einen verzögerten Term $H_{n,1}(z^2)$, der die Verzögerungsglieder ungerader Ordnung beinhaltet. Da jeder dieser Terme nur jeden zweiten Abtastwert verarbeitet, entstehen durch diese Aufspaltung zwei Funktionen von z^2 . Es gilt also

$$H_n(z) = H_{n,0}(z^2) + z^{-1}H_{n,1}(z^2)$$

$$\text{mit } H_{n,k}(z^2) = \sum_{m=0}^{L/2-1} h_n(k+2m)z^{-2m} \quad k = 0, 1 \quad (2.16)$$

Diese Form der Filterrepräsentation wird als Polyphasendarstellung bezeichnet, weil die Impulsantworten der Polyphasenfilter $h_{n,k}(m)$ den jeweils um k Abtastwerte verschobenen dezimierten Impulsantworten $h_n(m)$ des n -ten Teilbandfilters entsprechen.

Ebenso gilt für die Synthesefilter $G_n(z)$

$$G_n(z) = G_{n,0}(z^2) + z^{-1} G_{n,1}(z^2)$$

$$\text{mit } G_{n,k}(z^2) = \sum_{m=0}^{L/2-1} g_n(k+2m)z^{-2m} \quad k = 0, 1. \quad (2.17)$$

Bild 2.6 zeigt die Polyphasendarstellung der Analyse- und Synthesefilterbank einer eindimensionalen Zweibandaufteilung. Diese Darstellung ist zu Bild 2.5 äquivalent.

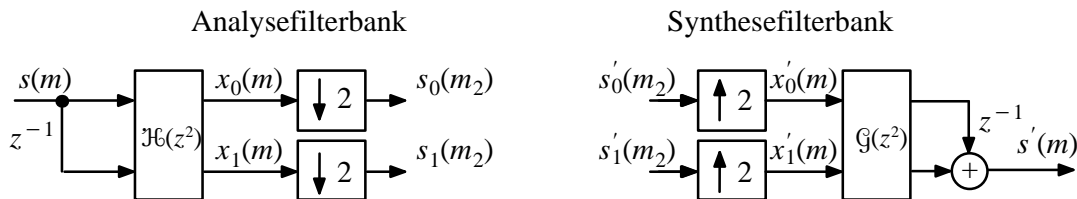


Bild 2.6 Analyse- und Synthesefilterbank einer eindimensionalen Zweibandaufteilung in Polyphasendarstellung

Die z -Transformierte des Ausgangssignals $x_n(m)$ der Analysefilter läßt sich in Abhängigkeit von der z -Transformierten des Eingangssignals $s(m)$ darstellen als

$$\begin{bmatrix} X_0(z) \\ X_1(z) \end{bmatrix} = \mathfrak{H}(z^2) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix} \cdot S(z), \quad (2.18)$$

wobei die Analyse-Polyphasenmatrix $\mathfrak{H}(z^2)$ durch die Analysefilter aus Gl. (2.16) gemäß

$$\mathfrak{H}(z^2) = \begin{bmatrix} H_{0,0}(z^2) & H_{0,1}(z^2) \\ H_{1,0}(z^2) & H_{1,1}(z^2) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

beschrieben wird.

Die Synthese-Polyphasenmatrix $\mathfrak{G}(z^2)$ überführt entsprechend die interpolierten Teilbandsignale $x'_n(m)$ in das HDTV-Signal gemäß

$$S'(z) = \begin{bmatrix} z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}^T \cdot \mathfrak{G}(z^2) \cdot \begin{bmatrix} X'_0(z) \\ X'_1(z) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

mit

$$\mathfrak{G}(z^2) = \begin{bmatrix} G_{0,1}(z^2) & G_{1,1}(z^2) \\ G_{0,0}(z^2) & G_{1,0}(z^2) \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Die Reihenfolge von Abtastraterniedrigung und Analyse-Polyphasenmatrix läßt sich auch vertauschen. Aufgrund des Verzögerungsgliedes z^{-1} am Eingang der Polyphasenstruktur verarbeitet bei vorgezogener Abtastraterniedrigung der eine Signalzweig in Bild 2.6 die geraden Abtastwerte und der andere Signalzweig die ungeraden Abtastwerte, so daß der Polyphasenmatrix weiterhin alle Abtastwerte des Eingangssignals zur Verfügung stehen. Entsprechend kann die Abtastratenerhöhung nach der Synthese-Polyphasenmatrix durchgeführt werden. Für eine exakte Rekonstruktion des Eingangssignals $s(m)$ muß

$$\mathfrak{H}(z^2) \mathfrak{G}(z^2) = z^{-(L-2)} [I] \quad (2.22)$$

erfüllt sein, wobei $[I]$ die Einheitsmatrix ist. Zur Erläuterung zeigt Bild 2.7 die Polyphasendarstellung bei exakter Rekonstruktion gemäß Gl. (2.22). Dem Bild ist zu entneh-

men, daß die Verzögerung $z^{-(L-2)}$ zusammen mit den Verzögerungsgliedern z^{-1} der Polyphasenstruktur die Gesamtverzögerung $z^{-(L-1)}$ gemäß Gl. (2.10) ergibt.

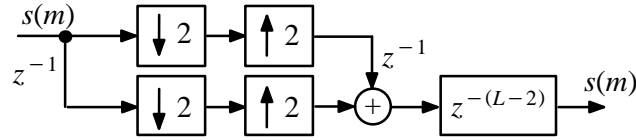


Bild 2.7 Polyphasendarstellung einer eindimensionalen Zweibandaufteilung bei exakter Rekonstruktion gemäß Gl. (2.22)

Bild 2.8 zeigt die Kreuzgliedfilterstruktur für linearphasige Teilbandfilter mit einer geraden Anzahl von L Filterkoeffizienten [11],[27]. Die gezeigte Struktur entspricht der Analysefilterbank in Bild 2.6. Da alle Kreuzgliedkoeffizienten k_l für gerade Werte von l gleich identisch null sind, müssen nur noch die k_1, k_3, \dots, k_{L-1} und d bestimmt werden.

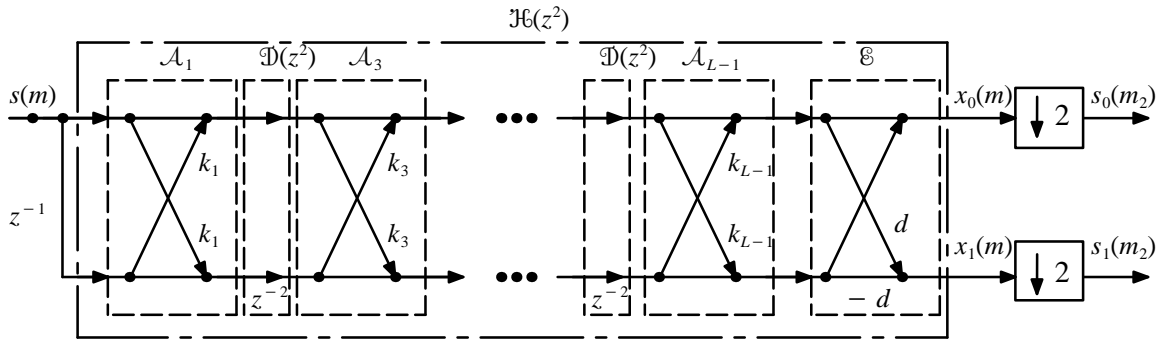


Bild 2.8 Kreuzgliedfilterstruktur der Analysefilterbank für eine Zweibandaufteilung mit linearphasigen Teilbandfiltern bei einer geraden Anzahl von L Filterkoeffizienten

Die Matrix $\mathcal{H}(z^2)$ läßt sich gemäß Bild 2.8 in Submatrizen \mathcal{A}_l , $\mathcal{D}(z^2)$ und \mathcal{E} unterteilen. Für die Matrizen \mathcal{A}_l gilt

$$\mathcal{A}_l = \begin{bmatrix} 1 & k_l \\ k_l & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Ein Verzögerungsglied z^{-2} läßt sich beschreiben durch

$$\mathfrak{D}(z^2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & z^{-2} \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

und die abschließende Matrix \mathfrak{E} ist

$$\mathfrak{E} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ d & -d \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Mit diesen Bezeichnungen läßt sich die Matrix $\mathfrak{H}(z^2)$ darstellen als

$$\mathfrak{H}(z^2) = \mathfrak{E} \mathcal{A}_{L-1} \mathfrak{D}(z^2) \mathcal{A}_{L-2} \mathfrak{D}(z^2) \dots \mathcal{A}_3 \mathfrak{D}(z^2) \mathcal{A}_1. \quad (2.26)$$

Aus Gl. (2.26) und der Bedingung der exakten Rekonstruktion (2.22) ergibt sich unmittelbar die Matrix der Synthesefilterbank $\mathfrak{G}(z^2)$

$$\begin{aligned} \mathfrak{G}(z^2) &= \mathfrak{H}^{-1}(z^2) z^{-(L-2)} \\ &= \left(\mathfrak{E} \mathcal{A}_{L-1} \mathfrak{D}(z^2) \mathcal{A}_{L-2} \mathfrak{D}(z^2) \dots \mathcal{A}_3 \mathfrak{D}(z^2) \mathcal{A}_1 \right)^{-1} z^{-(L-2)} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Die Matrixinvertierung gemäß

$$(\mathcal{A}\mathfrak{B})^{-1} = \mathfrak{B}^{-1}\mathcal{A}^{-1} \quad (2.28)$$

und die Aufteilung der $z^{-(L-2)}$ Verzögerungsglieder auf die $\frac{L}{2} - 1$ Matrizen $\mathfrak{D}^{-1}(z^2)$ führt zu

$$\mathfrak{G}(z^2) = \mathcal{A}_1^{-1} z^{-2} \mathfrak{D}^{-1}(z^2) \mathcal{A}_3^{-1} \dots z^{-2} \mathfrak{D}^{-1}(z^2) \mathcal{A}_{L-1}^{-1} \mathfrak{E}^{-1}. \quad (2.29)$$

Hierbei ist

$$\mathcal{A}_l^{-1} = \frac{1}{1 - k_l^2} \begin{bmatrix} 1 & -k_l \\ -k_l & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

$$z^{-2} \mathfrak{D}^{-1}(z^2) = \begin{bmatrix} z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

und

$$\mathfrak{E}^{-1} = \frac{1}{2d} \begin{bmatrix} d & 1 \\ d & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Die freien Parameter der Kreuzgliedfilterstruktur sind die ungeraden Kreuzgliedkoeffizienten k_l und der Verstärkungsfaktor d . Obige Darstellung verdeutlicht, daß die Kreuzgliedfilterstruktur bei Variation eines Parameters k_l die Eigenschaft der exakten Rekonstruktion beibehält. Aus diesem Grund eignet sich diese Struktur besonders für die Optimierung der Filterkoeffizienten und wird dafür in dieser Arbeit eingesetzt.

2.1.2 Eindimensionale Mehrbandaufteilung

Bild 2.9 zeigt eine eindimensionale Mehrbandaufteilung bestehend aus Analyse- und Synthesefilterbank mit N Teilbandsignalen.

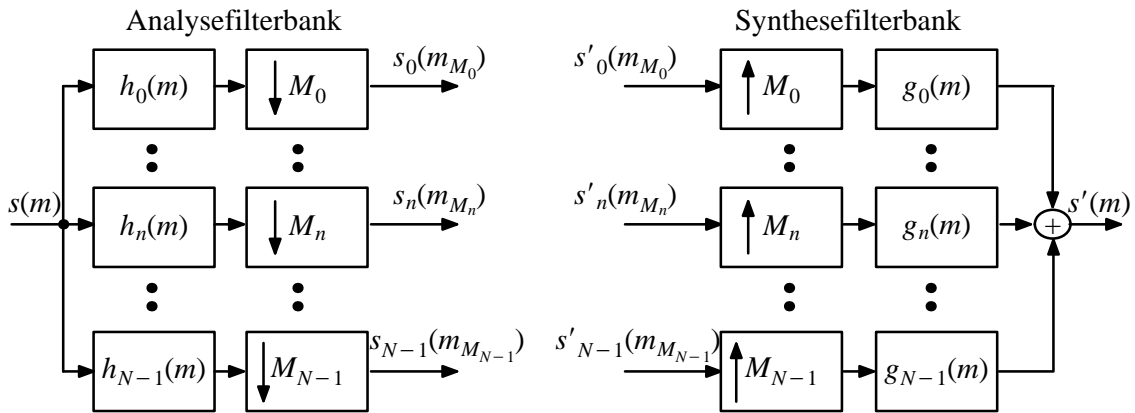


Bild 2.9 Analyse- und Synthesefilterbank einer eindimensionalen Mehrbandaufteilung

Die Analysefilterbank setzt sich aus den N Teilbandfiltern $h_n(m)$ mit jeweils anschließender Abtasterniedrigung um M_n zusammen. Aufgrund der Abtasterniedrigung verbleibt nur jeder M_n -te Abtastwert im n -ten Teilbandsignal, was durch die Indizierung $s'_n(m_{M_n})$ ausgedrückt wird. Wie bei der Zweibandaufteilung werde hier eine kritische Abtasterniedrigung durchgeführt, wozu das System die Bedingung

$$\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{M_n} = 1 \quad (2.33)$$

einhalten muß.

Die quantisierten Teilbandsignale $s'_n(m_{M_n})$ werden der Synthesefilterbank, bestehend aus der Abtastenerhöhung und den Teilbandfiltern $g_n(m)$, zugeführt. Bei der Abtastenerhöhung wird die Abtastfrequenz der Teilbandsignale wieder auf die Ab-

tastfrequenz des HDTV-Signals erhöht, indem zwischen den Abtastwerten der Teilbandsignale s'_n jeweils $(M_n - 1)$ Abtastwerte der Größe Null eingefügt werden. Am Ausgang der Synthesefilterbank liegt das rekonstruierte Signal $s'(m)$ vor.

Exakte Rekonstruktion kann nur erreicht werden, wenn die Ausgangssignale der Analysefilterbank ohne Informationsverlust direkt in die Synthesefilterbank gespeist werden, d.h. wenn

$$s'_n(m_{M_n}) = s_n(m_{M_n}) \quad \text{für } n = 0, \dots, N - 1. \quad (2.34)$$

Die Abtastratenerniedrigung und Abtastratenerhöhung eines Signals $x(m)$ um M_n kann in Verallgemeinerung von Gl. (2.4) in der Form [1]

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{M_n-1} e^{-j\frac{2\pi km}{M_n}}}{M_n} x(m) \right\} = \frac{1}{M_n} \sum_{k=0}^{M_n-1} X(z \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{M_n}}) \quad (2.35)$$

dargestellt werden.

Indem Gl. (2.35) mit den Teilbandfiltern verknüpft und anschließend aufgespalten wird in einen Term für $k = 0$ und einen Term mit den übrigen Werten für k , ergibt sich bei Summation über alle Teilbandsignale für die z -Transformierte des Ausgangssignals $s'(m)$

$$\begin{aligned} S'(z) &= \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{M_n} H_n(z) G_n(z) S(z) \\ &+ \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{M_n} \sum_{k=1}^{M_n-1} H_n(z \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{M_n}}) G_n(z) S(z \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{M_n}}). \end{aligned} \quad (2.36)$$

Analog zu Gl. (2.6) stellt der erste Term der Gleichung (2.36) den Signalanteil dar, während der zweite das durch die Abtastratenerniedrigung verursachte Aliasing bein-

haltet. Zur Erzielung von Aliasing-Kompensation muß der zweite Term von Gl. (2.36) verschwinden, wozu

$$\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{M_n} \sum_{k=1}^{M_n-1} H_n(z \cdot e^{-j\frac{2\pi k}{M_n}}) G_n(z) = 0 \quad (2.37)$$

gelten muß. Um die exakte Rekonstruktion zu ermöglichen, muß Gl. (2.36) darüberhinaus die Bedingung

$$\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{M_n} H_n(z) G_n(z) = z^{-(L-1)} \quad (2.38)$$

erfüllen, wobei L die Anzahl der Filterkoeffizienten beschreibt.

Aufbauend auf diesen Gleichungen wird in dieser Arbeit die Filterbank optimiert. Dabei wird für die Optimierung der Teilbandfilter eine Kreuzgliedfilterstruktur für N Teilbandsignale eingesetzt, die sich aus der in Abschnitt 2.1.1 vorgestellten Struktur ableiten läßt [1],[11],[52].

2.1.3 Zweidimensionale Mehrbandaufteilung

Die in dieser Arbeit betrachteten separierbaren zweidimensionalen Filterbänke setzen sich stets aus zwei eindimensionalen Filterbänken zusammen, wobei die eine Filterung in horizontaler und die andere in vertikaler Richtung erfolgt. Bild 2.10 zeigt das Blockschaltbild der zweidimensionalen Analyse- und Synthesefilterbank.

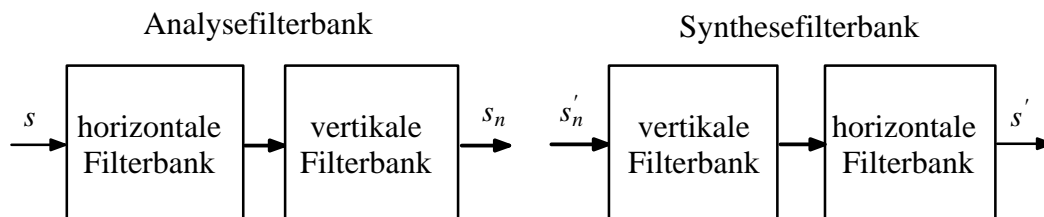


Bild 2.10 Blockschaltbild der zweidimensionalen Analyse- und Synthesefilterbank

Alle Signale werden durch ortsdiskrete Abtastwerte in der zweidimensionalen (x,y)-Ebene dargestellt. In der Analysefilterbank wird das Eingangssignal zuerst einer horizontalen Filterung in x-Richtung (zeilenweise im Bild) unterzogen, der sich eine Abtastraterniedrigung in horizontaler Richtung um M_{nx} anschließt. Es folgen die

vertikale Filterung und Abtastraterniedrigung um M_{ny} in y -Richtung, d.h. spaltenweise im Bild. Die resultierenden N Teilbandsignale werden in der Synthesefilterbank zuerst der vertikalen Abtastratenerhöhung und Filterung zugeführt, bevor die horizontale Abtastratenerhöhung und Filterung stattfindet. Aufgrund der Separierbarkeit der zweidimensionalen Filterung ist die Reihenfolge von horizontaler und vertikaler Verarbeitung in der Analyse- bzw. Synthesefilterbank prinzipiell vertauschbar.

Die Übertragungsfunktionen der Teilbandfilter werden im folgenden durch ihre Fouriertransformierten

$$H_n(e^{j2\pi f_x}, e^{j2\pi f_y}) = H_n(z_x, z_y) \Big|_{z_x = e^{j2\pi f_x}, z_y = e^{j2\pi f_y}} \quad (2.39)$$

dargestellt. Die Frequenzen f_x und f_y sind dabei die auf die jeweiligen Abtastfrequenzen $\omega_{s,x}$ bzw. $\omega_{s,y}$ normierten Ortsfrequenzen ω_x bzw. ω_y gemäß

$$f_x = \frac{\omega_x}{\omega_{s,x}} \quad (2.40)$$

bzw.

$$f_y = \frac{\omega_y}{\omega_{s,y}}. \quad (2.41)$$

Die Teilbandsignale am Ausgang der Analysefilterbank können durch einen zweidimensionalen separierbaren Teilbandindex (n_x, n_y) unterschieden werden. Da jedoch bei den meisten Betrachtungen dieser Arbeit die explizite Angabe und Unterscheidung der x - und y -Richtung nicht erforderlich ist, wird aus Gründen der besseren Lesbarkeit dort eine eindimensionale Indizierung verwendet. Die N Teilbandsignale werden dabei mit einem eindimensionalen Index n gekennzeichnet. Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird im weiteren für das Argument $(e^{j2\pi f_x}, e^{j2\pi f_y})$ von Funktionen die Schreibweise (f_x, f_y) verwendet. Mit dieser Vereinfachung wird im n -ten Teilbandsignal die Übertragungsfunktion des Analysefilters mit $H_n(f_x, f_y)$, die Unterabtastung mit

$$M_n = M_{nx} \cdot M_{ny} \quad (2.42)$$

und die Übertragungsfunktion des Synthesefilters mit $G_n(f_x, f_y)$ bezeichnet, wobei wegen der Separierbarkeit

$$H_n(f_x, f_y) = H_{nx}(f_x) H_{ny}(f_y) \quad (2.43)$$

und

$$G_n(f_x, f_y) = G_{nx}(f_x) G_{ny}(f_y) \quad (2.44)$$

gilt.

Die Bandbreite $B_{n,x}$ bzw. $B_{n,y}$ eines Teilbandes in x- bzw. y-Richtung stimmt mit dem Anteil des jeweiligen Teilbandes n am Frequenzbereich überein und wird in dieser Arbeit definiert über

$$B_{n,x} = \frac{0.5}{M_{nx}} \quad (2.45)$$

bzw.

$$B_{n,y} = \frac{0.5}{M_{ny}}. \quad (2.46)$$

Die Mittenfrequenzen $f_{x,n,m}$ bzw. $f_{y,n,m}$ des n -ten Teilbandes in x- bzw. y-Richtung legen die absolute Lage dieses Teilbandes im Frequenzbereich fest.

Der Frequenzbereich $\Delta f_{x,n}$ bzw. $\Delta f_{y,n}$ des n -ten Teilbandes umfaßt alle Frequenzen im Intervall

$$f_{x,n,m} - \frac{B_{n,x}}{2} \leq \Delta f_{x,n} < f_{x,n,m} + \frac{B_{n,x}}{2} \quad (2.47)$$

bzw.

$$f_{y,n,m} - \frac{B_{n,y}}{2} \leq \Delta f_{y,n} < f_{y,n,m} + \frac{B_{n,y}}{2}. \quad (2.48)$$

Die Bandaufteilung der Filterbank ist durch die Frequenzbereiche der N Teilbänder festgelegt.

Bandaufteilungen können verschieden realisiert werden. Bei zweidimensionalen Filterbänken sind zwei spezielle Realisierungen von besonderem Interesse, nämlich zum einen die einstufige Realisierung und zum anderen die kaskadierte Realisierung.

Die einstufige Realisierung spaltet mit nur *einer* zweidimensionalen Filterbankstufe das Eingangssignal s in N Teilbandsignale auf. Decken die Teilbandsignale jeweils gleich große Frequenzbereiche ab, so liegt eine gleichförmige Bandaufteilung vor. Bild 2.11a) zeigt eine gleichförmige Bandaufteilung in $N = 16$ Teilbandsignale.

Bei der kaskadierten Realisierung werden zweidimensionale Filterbänke hintereinander geschaltet. In dieser Arbeit besteht dabei jede dieser Teilfilterbänke aus einer zweidimensionalen gleichförmigen Zweibandaufteilung gemäß Abschnitt 2.1.1. Das zweidimensionale Eingangssignal wird durch eine derartige gleichförmige zweidimensionale Vierbandaufteilung in vier Teilbandsignale aufgespalten, die jeweils einen gleich großen Frequenzbereich abdecken. Bei der anschließenden Vierbandaufteilung

wird eins dieser vier Teilbandsignale weiter aufgespalten. Auf diese Weise läßt sich mit der kaskadierten Bandaufteilung sehr einfach eine ungleichförmige Aufteilung der Frequenzebene erzielen. Eine besondere Bedeutung besitzt die Wavelet-Struktur [23], bei der stets das tieffrequente Teilbandsignal weiter aufgespalten wird. Am Beispiel der Wavelet-Struktur zeigt Bild 2.11b) eine ungleichförmige Bandaufteilung in 10 Teilbandsignale.

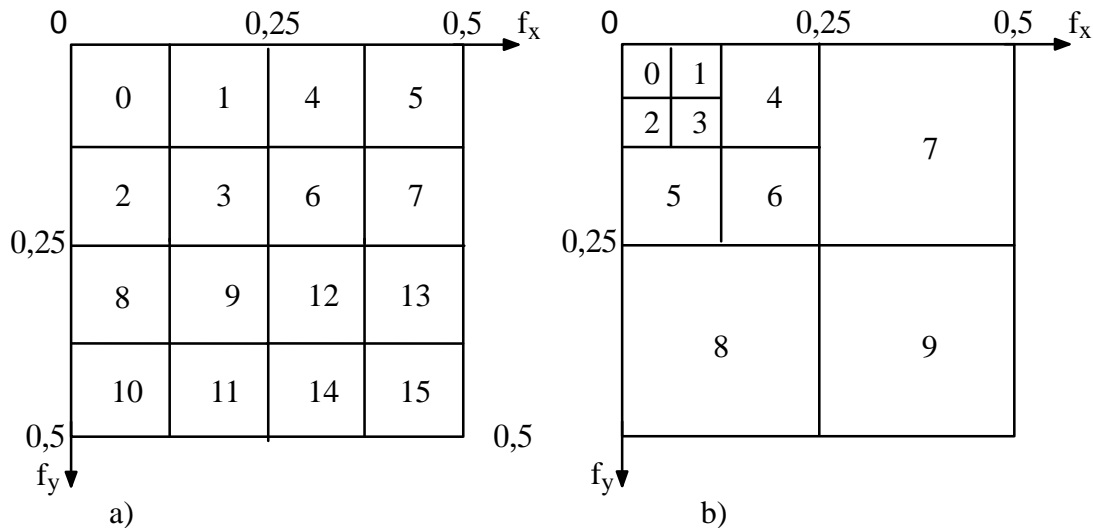


Bild 2.11 a) Gleichförmige Bandaufteilung

b) Ungleichförmige Bandaufteilung am Beispiel einer Wavelet-Struktur

2.2 Ersatzsystem für die Optimierung der Filterbank

Ziel dieser Arbeit ist es, die Filterbank für das in Bild 2.1 und Bild 2.3 gezeigte Codierungssystem so zu optimieren, daß die Datenrate der Teilbandsignale bei Codierung an der Sichtbarkeitsschwelle minimal wird. Die für die Optimierung relevanten Komponenten des Systems sind damit die Filterbank sowie die Quantisierer und die Entropiecoder der Teilbandsignale. Zur Vereinfachung des Gesamtsystems wird daher im folgenden ein Ersatzsystem aufgestellt, das nur die drei zu optimierenden Komponenten enthält. Bild 2.12 zeigt das Ersatzsystem des Coders.

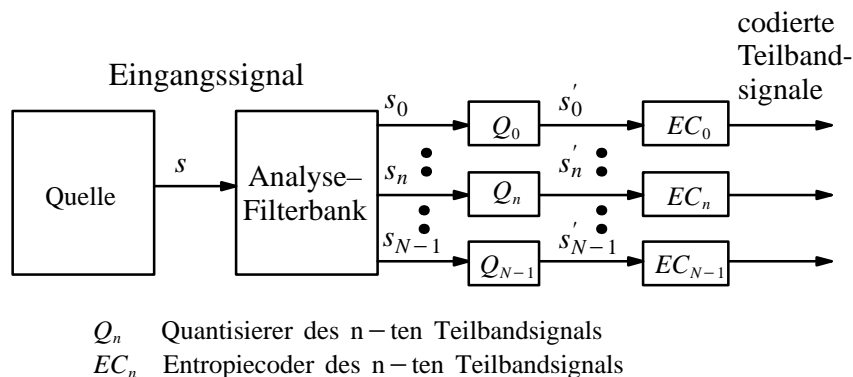


Bild 2.12 Ersatzsystem des Coders

Das von der Quelle erzeugte Signal s liegt als Eingangssignal der Analysefilterbank vor. Dabei handelt es sich entweder um ein Originalsignal oder um ein bewegungskompensiertes Prädiktionsfehlersignal. Ein Wechsel zwischen diesen beiden Signalarten sei nur halb bildweise erlaubt. Jedem Teilbandsignal s_n ist ein teilbandindividueller, gleichförmiger Quantisierer Q_n und ein teilbandindividueller Entropiecoder EC_n zugeordnet.

Bild 2.13 zeigt das Ersatzsystem des Decoders. Nach der Decodierung werden die Teilbandsignale s'_n der Synthesefilterbank zugeführt. Am Ausgang der Synthesefilterbank liegt das rekonstruierte Signal s' vor, das dem Empfänger zugeführt wird.

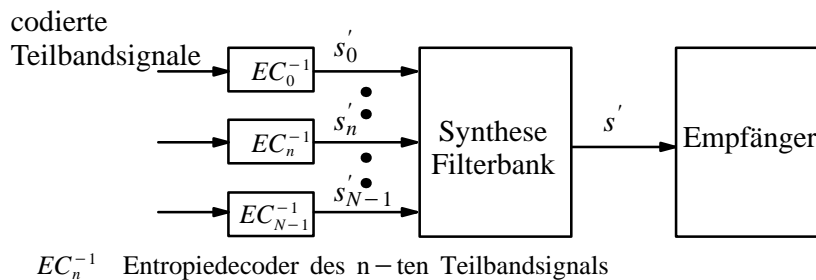


Bild 2.13 Ersatzsystem des Decoders

3 Modellannahmen und Bezugswerte bei der Optimierung der Filterbank

Ziel dieser Arbeit ist es, für eine Teilbandcodierung die Filterbank so zu optimieren, daß die Gesamtdatenrate aller Teilbandsignale minimal wird, indem die Redundanz und Irrelevanz der Teilbandsignale maximal reduziert wird. Da die Simulation des in Abschnitt 2.2 vorgestellten Ersatzsystems der bewegungskompensierenden Teilbandcodierung sehr zeitaufwendig ist, werden die Signale und die Komponenten des Ersatzsystems (Bild 2.12 und 2.13) derart modelliert, daß sie einer mathematischen Analyse zugänglich sind. Dazu müssen die Modelle einerseits das reale System hinreichend exakt beschreiben und andererseits aufgrund ihrer einfachen mathematischen Beschaffenheit eine Optimierung der Filterbank ermöglichen.

Im folgenden beschreibt Abschnitt 3.1 die für die Optimierung gewählten Modelle, beginnend mit dem Quellenmodell für das Eingangssignal, gefolgt von der Beschreibung der Sichtbarkeitsschwelle durch das Empfängermodell. Die Analyse erfordert, daß auch die Quantisierer und die Entropiecoder der Teilbandsignale passend modelliert werden müssen. Die gewählten Modelle werden in Abschnitt 3.2 meßtechnisch überprüft und verifiziert. Die mathematische Beschreibung der Filterbänke wird in Kapitel 4 behandelt.

Mit den in Abschnitt 3.1 beschriebenen Modellen werden in Abschnitt 3.3 verschiedene untere Grenzwerte der Datenrate bestimmt, die zur Optimierung und Bewertung der Lösungen herangezogen werden. Durch das gewählte Quellen- und Empfängermodell wird die überhaupt maximal mögliche Redundanz- und Irrelevanzreduktion festgelegt. Der damit gegebene theoretische untere Grenzwert der Datenrate wird zunächst beschrieben. Inwieweit dieser untere Grenzwert der Datenrate tatsächlich erreicht werden kann, hängt von den Einschränkungen der Realisierbarkeit der Komponenten des Ersatzsystems ab. Daher wird der untere Grenzwert der Datenrate auch für den Fall einer vorgegebenen begrenzten Teilbandanzahl hergeleitet. Desweiteren wird der untere Grenzwert der Datenrate für den Fall bestimmt, daß nur orthogonale Systeme und nicht beliebige Systeme der Teilbandzerlegung erlaubt sind.

3.1 Modelle zur Beschreibung des Ersatzsystems

In diesem Abschnitt wird je ein Modell zur Beschreibung der Quelle, des Empfängers, der Quantisierung und der Entropiecodierung aufgestellt.

3.1.1 Quellenmodell

Das Eingangssignal der Analysefilterbank des Ersatzsystems wird durch ein Quellenmodell beschrieben. Dazu wird das Eingangssignal s als ein wertkontinuierlicher, ortsdiskreter, stationärer Zufallsprozeß aufgefaßt. Dieses stochastische Signalmodell berücksichtigt lineare statistische Bindungen zwischen örtlich benachbarten Abtastwerten. Der Zufallsprozeß $s(m_x, m_y)$ läßt sich demnach über seine Autokorrelationsfunktion $R_{ss}(\Delta m_x, \Delta m_y)$ bzw. sein Leistungsdichtespektrum $S_{ss}(f_x, f_y)$ darstellen als

$$R_{ss}(\Delta m_x, \Delta m_y) = E[s(m_x, m_y) \cdot s(m_x - \Delta m_x, m_y - \Delta m_y)] \quad (3.1)$$

und

$$S_{ss}(f_x, f_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ss}(\Delta m_x, \Delta m_y) e^{-j2\pi (f_x \Delta m_x + f_y \Delta m_y)} d\Delta m_x d\Delta m_y. \quad (3.2)$$

Das zweidimensionale, örtliche Leistungsdichtespektrum $S_{ss}(f_x, f_y)$ wurde im Rahmen dieser Arbeit für Stichproben der beiden Eingangssignale der Analysefilterbank, nämlich das Prädiktionsfehlersignal und das Originalsignal, mit der Welch–Methode [29] gemessen. Tabelle 3.1 zeigt die Parametereinstellung zur Bestimmung des Leistungsdichtespektrums. In Bild 3.1 sind die Ergebnisse graphisch veranschaulicht. In Anhang A sind die in dieser Arbeit verwendeten Testsequenzen beschrieben. Desweiteren werden dort die Parameter der Bewegungsschätzung und bewegungskompensierenden Prädiktion beschrieben, mit denen das Prädiktionsfehlersignal erzeugt wurde.

Parameter	x	y
Meßfenstergröße	16	16
Länge der FFT	32	32
Fensterfunktion	Blackman	Blackman
Lage benachbarter Fenster	überlappend	überlappend

Tabelle 3.1 Parameter zur Bestimmung des Leistungsdichtespektrums mit der Welch–Methode

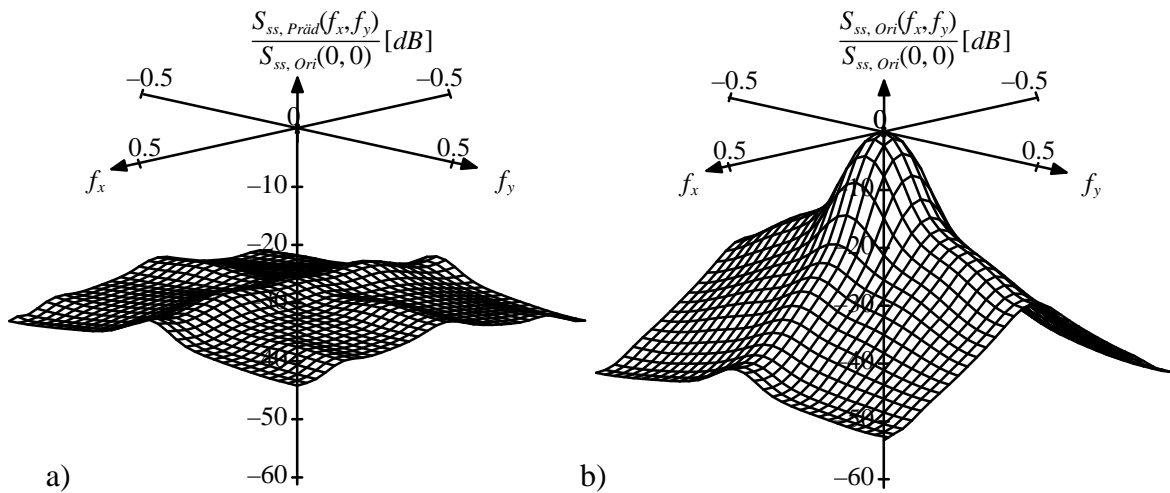


Bild 3.1 Gemessenes zweidimensionales Leistungsdichtespektrum
 a) des Prädiktionsfehlersignals (Sequenz "BERT")
 b) des Originalsignals (Sequenz "BERT")

Wie Bild 3.1 zeigt, fällt das Leistungsdichtespektrum $S_{ss,Ori}(f_x, f_y)$ des HDTV-Originalsignals zu hohen Frequenzen hin stark ab, während das Leistungsdichtespektrum $S_{ss,Präd}(f_x, f_y)$ des Prädiktionsfehlersignals nahezu konstant ist. Insgesamt weist das Leistungsdichtespektrum des Prädiktionsfehlersignals eine geringere Leistung auf als das des Originalsignals.

Bei beiden Signalen sind die Leistungsdichtespektren in der Nähe der Frequenzachsen, d.h. für $f_x \approx 0$, $f_y \approx 0$, stärker ausgeprägt als im übrigen Frequenzbereich, was auf das Vorliegen separierbarer Leistungsdichtespektren hinweist.

Aus Aufwandsgründen wird die Optimierung der Filterbank jeweils für die Horizontal- und die Vertikalfilter getrennt durchgeführt. Das zweidimensional gemessene Leistungsdichtespektrum wird daher so modelliert, daß es in x- und y-Richtung separierbar ist. Ein derart separierbares Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep}(f_x, f_y)$ wird in dieser Arbeit aus dem zweidimensional gemessenen Leistungsdichtespektrum $S_{ss}(f_x, f_y)$ approximiert gemäß

$$S_{ss, sep}(f_x, f_y) = c \cdot S_{ss}(f_x, 0) \cdot S_{ss}(0, f_y). \quad (3.3)$$

Mit dem Faktor c wird sichergestellt, daß die Varianz des separierbaren approximierten Leistungsdichtespektrums $S_{ss,sep}(f_x, f_y)$ mit der Varianz des zweidimensional gemessenen Leistungsdichtespektrums $S_{ss}(f_x, f_y)$ übereinstimmt, dazu muß

$$c = \frac{\int_{-0.5}^{0.5} \int_{-0.5}^{0.5} S_{ss}(f_x, f_y) df_x df_y}{\int_{-0.5}^{0.5} S_{ss}(f_x, 0) df_x \int_{-0.5}^{0.5} S_{ss}(0, f_y) df_y} \quad (3.4)$$

gewählt werden.

Bei der Testsequenz "BERT" ergibt sich für das Prädiktionsfehlersignal

$$c_{Präd} = 0.75 \quad (3.5)$$

bei einer Varianz

$$\sigma_{Präd}^2 = 37.2. \quad (3.6)$$

Für das Originalsignal berechnet sich c zu

$$c_{Ori} = 1.08, \quad (3.7)$$

wobei die Varianz

$$\sigma_{Ori}^2 = 3150.5 \quad (3.8)$$

beträgt.

Bild 3.2 zeigt die in Gl. (3.3) eingehenden Leistungsdichtespektren des Prädiktionsfehler- und des Originalsignals entlang der horizontalen und vertikalen Achse.

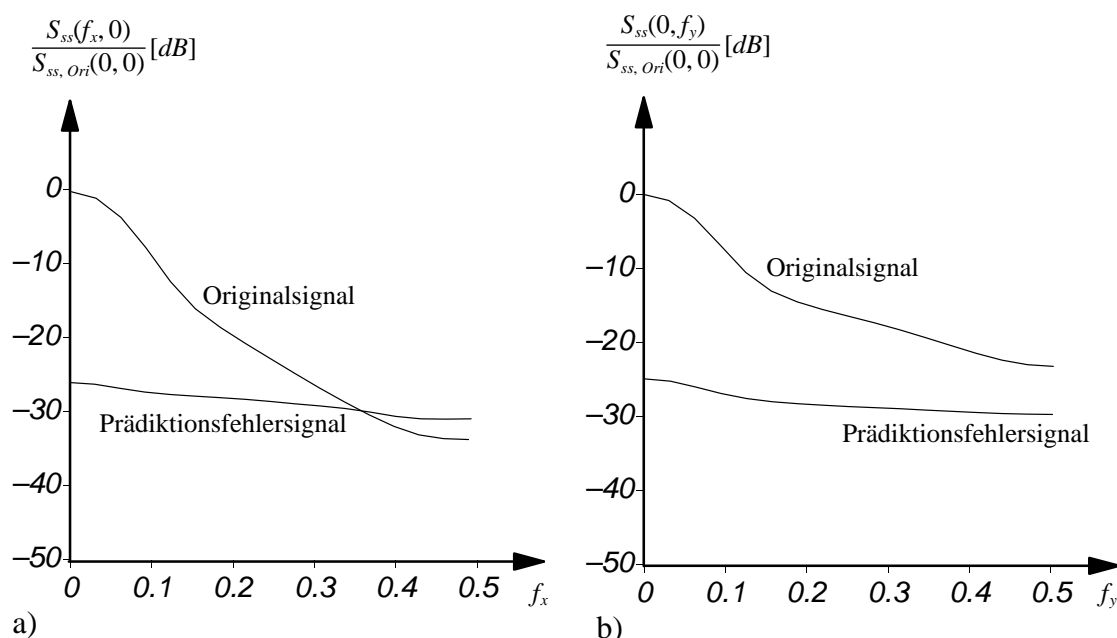


Bild 3.2 Leistungsdichtespektren $S_{ss,Präd}(f_x, f_y)$ und $S_{ss,Ori}(f_x, f_y)$

a) für $f_y = 0$

b) für $f_x = 0$

Wie Bild 3.2 zeigt, fällt beim Originalsignal das Leistungsdichtespektrum in vertikaler Richtung schwächer ab als in horizontaler Richtung. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Bildsignale halbbildweise verarbeitet werden, was zu Aliasing in vertikaler Richtung und zu einem stark anisotropen Spektrum führt. Gleichzeitig wird deutlich, daß das Leistungsdichtespektrum des Prädiktionsfehlersignals bei hohen horizontalen Frequenzen oberhalb des Leistungsdichtespektrums des Originalsignals liegt.

Bild 3.3 zeigt die separierbaren zweidimensionalen Leistungsdichtespektren von Prädiktionsfehler- und Originalsignal, die nach Gl. (3.3) mit den Funktionswerten aus Bild 3.2 berechnet wurden.

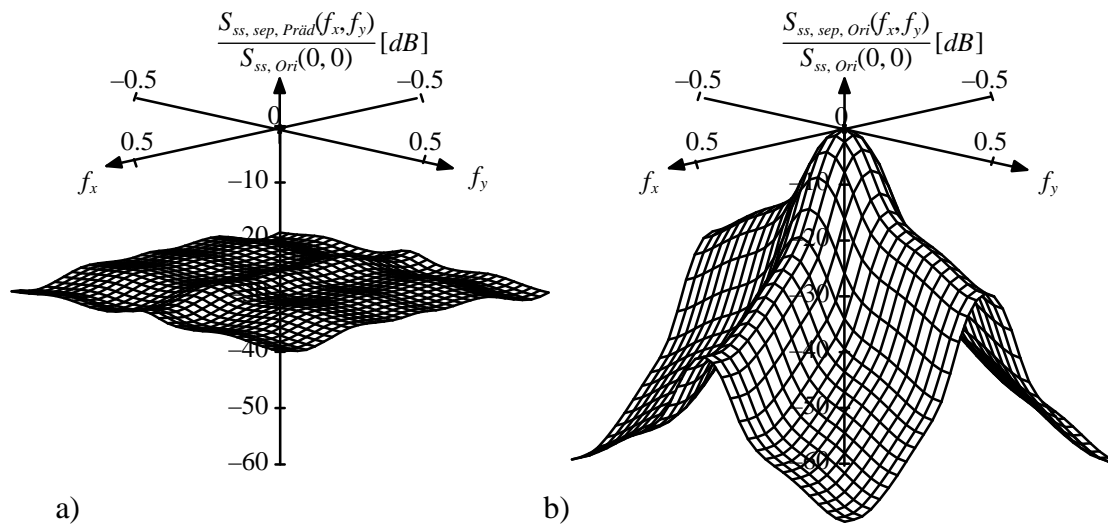


Bild 3.3 Approximiertes separierbares Leistungsdichtespektrum
 a) Prädiktionsfehlersignal (Sequenz "BERT")
 b) Originalsignal (Sequenz "BERT")

3.1.2 Empfängermodell

Die maximal ausnutzbare Irrelevanz des hier betrachteten HDTV-Signals ist durch die Sichtbarkeitsschwelle des maximal zulässigen Codierfehlers festgelegt. Die Sichtbarkeitsschwelle wird in diesem Empfängermodell aus der Modulationsübertragungsfunktion (MTF) des menschlichen Auges abgeleitet.

Die hier verwendete örtliche Modulationsübertragungsfunktion beruht auf den Ergebnissen aus [40] und gilt nur für die Luminanzkomponente. Da die MTF von der zeitlichen Änderung des Signals abhängig ist, ergibt sich eine Kurvenschar von Modulationsübertragungsfunktionen, deren Parameter die zeitliche Frequenz ist. Wird aus dieser Kurvenschar bei jeder Ortsfrequenz der Wert größter Kontrastempfindlichkeit ausgewählt, so ergibt sich die in Bild 3.4 dargestellte MTF. Sie wird in dieser Arbeit approximiert durch

$$M(\omega_x) = \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\omega_x\right) \exp\left(-\frac{\omega_x}{5}\right). \quad (3.9)$$

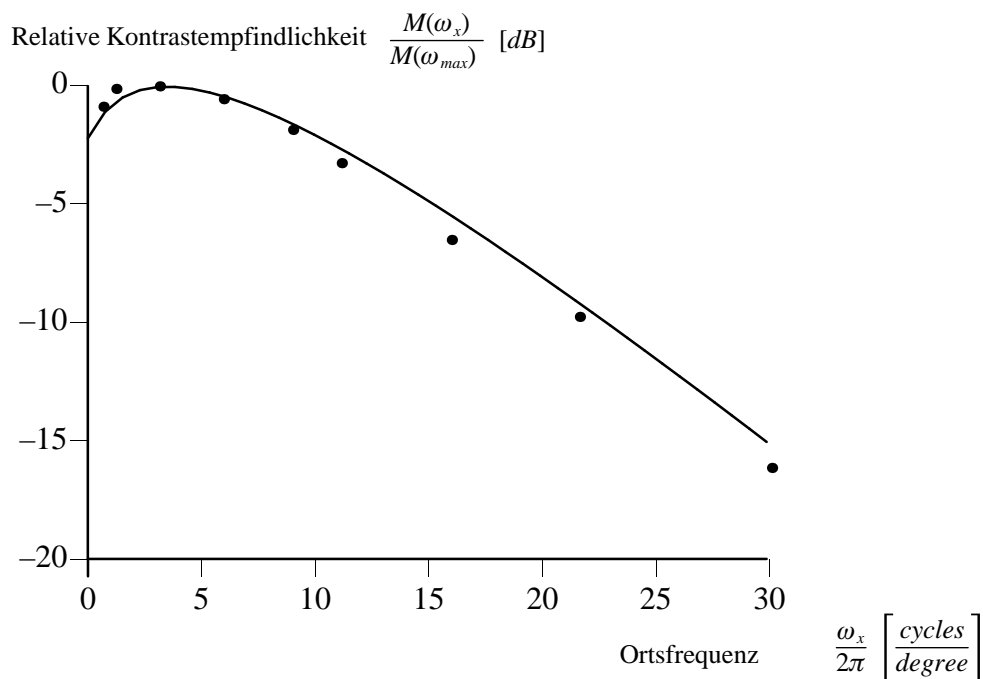


Bild 3.4 Örtliche Modulationsübertragungsfunktionen des menschlichen Auges

- Meßwerte höchster Kontrastempfindlichkeit nach [40]
- Approximation nach Gl. (3.9)

Wie die Untersuchungen in [7] zeigen, ist die mit der MTF dargestellte relative Kontrastempfindlichkeit in horizontaler und vertikaler Richtung annähernd gleich, d.h.

$$M(0, \omega_y) \approx M(\omega_x, 0) \quad |_{\omega_x = \omega_y} \quad (3.10)$$

Die Empfindlichkeit in diagonaler Richtung ist dagegen bei hochfrequenten Strukturen geringer. Demzufolge ist die MTF anisotrop und wird hier als separierbar angenommen, d.h.

$$M(\omega_x, \omega_y) = M(\omega_x, 0) \cdot M(0, \omega_y) \quad (3.11)$$

mit

$$M(\omega_x, 0) = \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\omega_x\right) \exp\left(-\frac{\omega_x}{5}\right) \quad (3.12)$$

$$M(0, \omega_y) = \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\omega_y\right) \exp\left(-\frac{\omega_y}{5}\right).$$

Die Parameter der für das abgetastete Bildsignal gültigen MTF hängen von den Parametern der Bilddarstellung und –betrachtung ab. Aus diesen in Tab. 3.2 gezeigten Parametern folgt auch, daß die hier untersuchten Bildsignale Ortsfrequenzen bis maximal 21.8 cycles/degree beinhalten.

Parameter	
Breiten – Höhenverhältnis B:H des Bildes	16:9
Betrachtungsabstand	3H
horizontale Abtastfrequenz ω_x	54 Mhz
vertikale Abtastfrequenz ω_y im Halbbild	36 MHz

Tabelle 3.2 Parameter der Bilddarstellung und –betrachtung

Der Kehrwert der quadrierten MTF beschreibt den Verlauf der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle

$$T_V(f_x, f_y) \sim \frac{1}{|M(f_x, f_y)|^2}. \quad (3.13)$$

Ihre absolute Lage ergibt sich aus den Untersuchungen in [16]. Dort wurde ein stationäres, weißes, gleichverteiltes Rauschsignal einem Bildsignal in 8 bit–Darstellung überlagert und die dadurch mögliche maximale Datenreduktion für den Fall ermittelt, daß keine sichtbaren Fehler auftreten. Diese maximale Datenreduktion, die mit Hilfe eines nichtadaptiven gleichförmigen Quantisierers erreicht werden kann, beträgt 2 bit/pel. Das entspricht einer Quantisiererstufenbreite von $\delta = 4$. Unter der Annahme hinreichend feiner gleichförmiger Quantisierung läßt sich die daraus resultierende Varianz $\sigma_{q,w}^2$ des Codierfehlersignals q nach [20] zu

$$\sigma_{q,w}^2 = \frac{\delta^2}{12} = \frac{4}{3} \quad (3.14)$$

berechnen. Die frequenzabhängige Sichtbarkeitsschwelle besitzt daher in ihrem Minimum den Wert des maximal zulässigen weißen Rauschens gemäß (3.14) und ergibt sich insgesamt zu

$$T_V(f_x, f_y) = \frac{1}{|M(f_x, f_y)|^2} \cdot \frac{4}{3}. \quad (3.15)$$

Sie gibt den maximal zulässigen Codierfehler im rekonstruierten Bildsignal an.

3.1.3 Modell zur Beschreibung der Quantisierer

Die Teilbandcodierung in dieser Arbeit setzt eine skalare Quantisierung ein. Jedes Teilbandsignal s_n wird teilbandindividuell und gleichförmig mit der Stufenbreite δ_n quantisiert.

Wegen der geforderten hohen Bildqualität bei HDTV und der somit notwendigen feinen Quantisierung wird das Leistungsdichtespektrum des Quantisierungsfehlers in einem Teilband als konstant angenommen [20]. Bei feiner Quantisierung sind außerdem die Amplituden des Quantisierungsfehlers im Intervall δ gleichverteilt [20] und die Varianz $\sigma_{q,n}^2$ des Quantisierungsfehlersignals q_n läßt sich aus der Stufenbreite δ_n nach [20] zu

$$\sigma_{q,n}^2 = \frac{\delta_n^2}{12} \quad (3.16)$$

berechnen. Bei gegebener maximal zulässiger Varianz $\sigma_{q,n,max}^2$ läßt sich mit Gl. (3.16) die zugehörige Stufenbreite $\delta_{n,max}$ berechnen über

$$\delta_{n,max} = \sqrt{12 \cdot \sigma_{q,n,max}^2} \quad (3.17)$$

Die maximal zulässigen Varianzen $\sigma_{q,n,max}^2$ der Quantisierungsfehler in den Teilbändern hängen dabei von der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, f_y)$ und den Synthesefiltern $G_n(f_x, f_y)$ ab. Durch geeignete Wahl der maximal zulässigen Stufenbreiten $\delta_{n,max}$ lassen sich die Quantisierer so einstellen, daß der resultierende Codierfehler möglichst genau an oder ansonsten unterhalb der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle liegt.

3.1.4 Modell zur Beschreibung der Entropiecoder der Teilbandsignale

Jedes quantisierte Teilbandsignal s'_n wird als Signal einer gedächtnislosen Quelle interpretiert und redundanzfrei entropiecodiert. Mit diesem Modell der Codierung läßt sich nach [20] der untere Grenzwert der Datenrate eines Teilbandsignals s_n berechnen zu

$$R_n = \frac{1}{2} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left(\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2} \right), 0 \right\}. \quad (3.18)$$

Dabei ist $\sigma_{s,n}^2$ die Varianz des Teilbandsignals s_n und $\sigma_{q,n}^2$ die Varianz des Quantisierungsfehlersignals q_n . Gl. (3.18) gilt nur, wenn die Amplituden der Abtastwerte der

Signale s_n und q_n normalverteilt sind. Inwieweit diese Annahme gerechtfertigt ist, wird in Abschnitt 3.2.2 überprüft.

Mit Gl.(3.18) berechnet sich die mittlere Gesamtdatenrate aller Teilbandsignale bezogen auf einen Bildpunkt des Eingangssignals als Summe der Datenraten der einzelnen Teilbandsignale zu

$$R^{(1)} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left(\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2} \right), 0 \right\} \quad [\text{bit/pel}] \quad (3.19)$$

mit M_n als Unterabtastfaktor im Teilbandsignal n .

Gl. (3.19) stellt eine erste Approximation für eine Datenrate dar, die aus den Varianzen der Teilbandsignale und der Quantisierungsfehlersignale ermittelt wird. Die Varianzen können dabei prinzipiell entweder aus dem Leistungsdichtespektrum des Eingangssignals berechnet oder in den Teilbändern gemessen worden sein.

3.2 Überprüfung und Verifikation sowie Verbesserung der gewählten Modelle

Nachfolgend sollen die in den oben eingeführten Modellen enthaltenen Annahmen überprüft werden. Dazu werden nacheinander die Gll. (3.15), (3.19) und (3.3) untersucht und stufenweise verbesserte Approximationen der Datenrate $R^{(1)}$ und $R^{(2)}$ eingeführt.

3.2.1 Überprüfung und Verifikation des Empfängermodells

Durch subjektive Beurteilung von Testsequenzen wurde in Untersuchungen die Gültigkeit der in Abschnitt 3.1.2 vorgestellten frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, f_y)$ nach Gl.(3.15) verifiziert. Dazu wurde eine Filterbank mit 64 nahezu idealen Bandpässen implementiert. Mit der Annahme idealer Bandpässe gilt

$$\sigma_{q,n,max}^2 = \underset{f_x, f_y \in \Delta f_{x,n} \Delta f_{y,n}}{\text{Min}} \left\{ T_V(f_x, f_y) \right\}, \quad (3.20)$$

wobei $\Delta f_{x,n}$ und $\Delta f_{y,n}$ gemäß Gll. (2.47) und (2.48) der jeweils zum Teilbandsignal n gehörige Frequenzbereich ist. Aus den maximal zulässigen Quantisierungsfehlerva-

rianz $\sigma_{q,n,max}^2$ lassen sich die maximal zulässigen Stufenbreiten $\delta_{n,max}$ gemäß Gl. (3.17) berechnen. Die nachfolgende Simulation eines Teilbandcoders mit Stufenbreiten

$$\delta_n = \delta_{n,max} \quad (3.21)$$

ergab rekonstruierte Bildsignale, bei denen der Codierfehler nicht sichtbar ist. Ergänzend wurde verifiziert, daß jede Vergrößerung der Stufenbreiten

$$\delta_n > \delta_{n,max} \quad (3.22)$$

zu sichtbaren Codierfehlern führt.

3.2.2 Überprüfung und Verbesserung des Modells zur Beschreibung der Entropiecoder der Teilbandsignale

Die in Abschnitt 3.1.4 angegebene Gleichung (3.19) für die Datenrate $R^{(1)}$ setzt voraus, daß die Amplituden sowohl der Teilbandsignale s_n als auch der Quantisierungsfehlersignale q_n durch Gaußsche Wahrscheinlichkeitsdichten

$$p_{Gau\beta}(s_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{s,n}} e^{-s_n^2/(2\sigma_{s,n}^2)} \quad (3.23)$$

bzw.

$$p_{Gau\beta}(q_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{q,n}} e^{-q_n^2/(2\sigma_{q,n}^2)} \quad (3.24)$$

mit der Varianz $\sigma_{s,n}^2$ bzw. $\sigma_{q,n}^2$ beschrieben werden können. Eine Überprüfung zeigt jedoch, daß bei Verarbeitung eines Prädiktionsfehlersignals s gemäß Gl. (2.2) die Wahrscheinlichkeitsdichten der Amplituden der Prädiktionsfehlersignale s_n besser durch Laplaceverteilungen

$$p_{Laplace}(s_n) = \frac{1}{\sqrt{2} \sigma_{s,n}} e^{-\sqrt{2}|s_n|/\sigma_{s,n}} \quad (3.25)$$

mit dem Mittelwert 0 und der Varianz $\sigma_{s,n}^2$ approximiert werden können. In Bild 3.5 sind die Wahrscheinlichkeitsdichten der Teilbandsignale im Vergleich mit Laplaceverteilungen gleicher Varianz dargestellt.

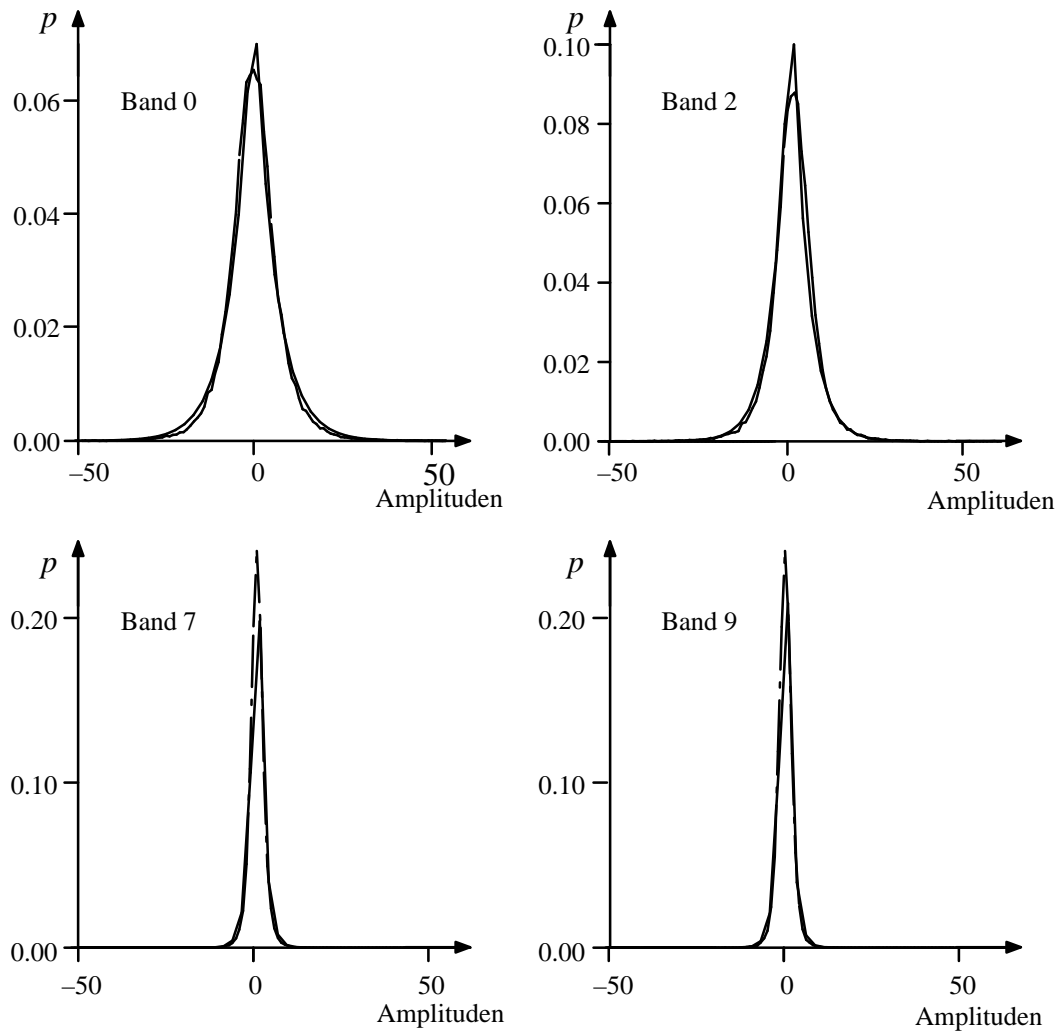


Bild 3.5 Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichten der Amplituden der Teilbandsignale mit Modellverteilungen

————— Wahrscheinlichkeitsdichte der Teilbandsignale
 - - - - - Laplaceverteilung
 Testsequenz: Prädiktionsfehlersignal der Sequenz "BERT"
 Teilbandzerlegung: gleichförmig in $N = 16$ Teilbandsignale gemäß Bild 2.11a mit
 $L = 16$ Filterkoeffizienten

Bei Verarbeitung von Originalsignalen s gemäß Gl. (2.1) wird die Wahrscheinlichkeitsdichte der Amplituden des tieffrequenten Teilbandsignals s_0 durch eine Gleichverteilung

$$p_{\text{Gleich}}(s_0) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}\sigma_{s,0}} & |s_0 - \mu_{s,0}| < \sqrt{3}\sigma_{s,0} \\ 0 & |s_0 - \mu_{s,0}| \geq \sqrt{3}\sigma_{s,0} \end{cases} \quad (3.26)$$

mit dem Mittelwert $\mu_{s,0}$ und der Varianz $\sigma_{s,0}^2$ approximiert (Bild 3.6). Die Wahrscheinlichkeitsdichten der Amplituden aller übrigen Teilbandsignale s_n werden durch Laplaceverteilungen gemäß Gl. (3.25) beschrieben.

Die Amplituden des Quantisierungsfehlersignals q_n werden weiterhin wie in Abschnitt 3.1.3 in allen n Teilbändern als gleichverteilt mit

$$p_{\text{Gleich}}(q_n) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{12}\sigma_{q,n}} & |q_n| < \sqrt{3}\sigma_{q,n} \\ 0 & |q_n| \geq \sqrt{3}\sigma_{q,n} \end{cases} \quad (3.27)$$

mit dem Mittelwert 0 und der Varianz $\sigma_{q,n}^2$ angenommen.

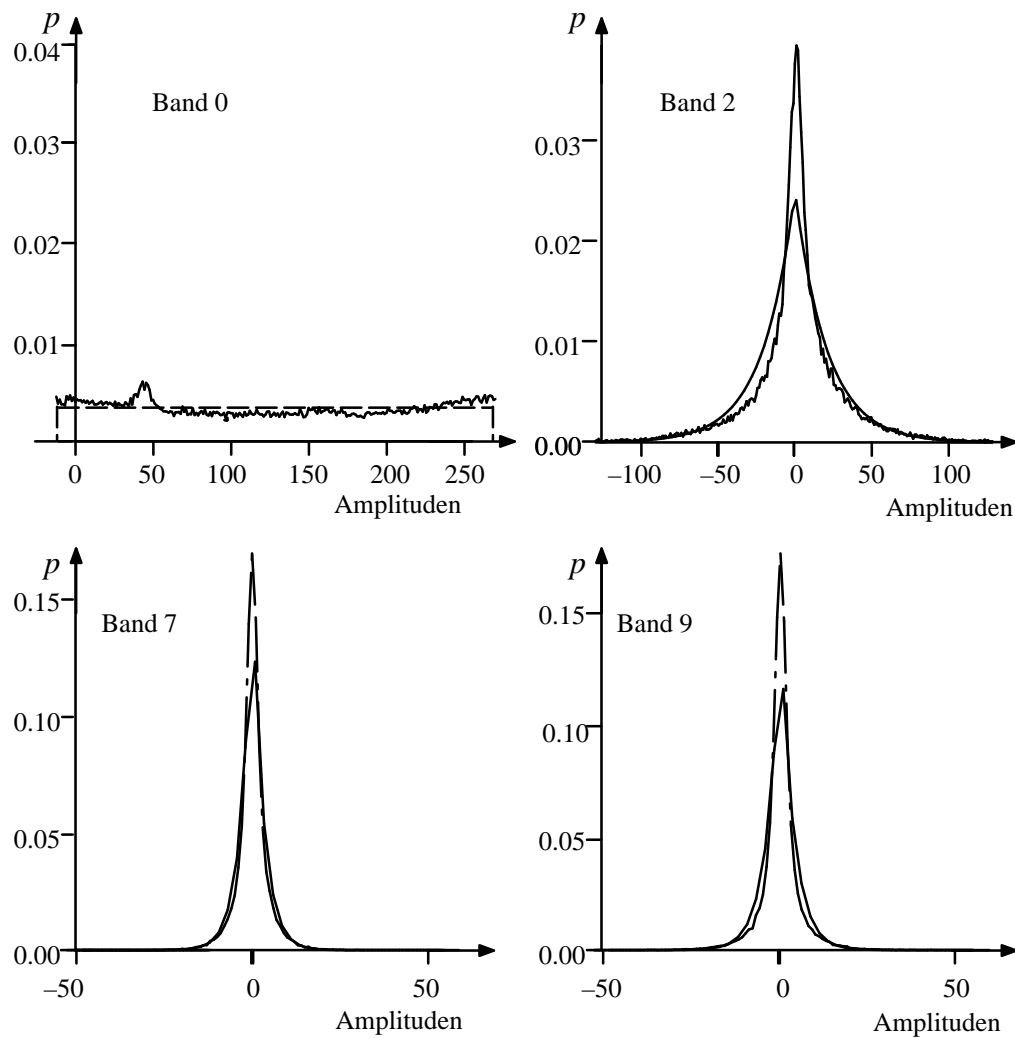


Bild 3.6 Vergleich der Wahrscheinlichkeitsdichten der Amplituden der Teilbandsignalen mit Modellverteilungen

- Wahrscheinlichkeitsdichte der Teilbandsignale
 - - - Gleichverteilung
 - · - Laplaceverteilung
- Testsequenz: Originalsignal der Sequenz "BERT"
- Teilbandzerlegung: gleichförmig in $N = 16$ Teilbandsignale gemäß Bild 2.11a mit $L = 16$ Filterkoeffizienten

Die differentielle Entropie $H(U)$ einer zeitdiskreten, wertkontinuierlichen Quelle U mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(u)$ beträgt allgemein [48]

$$H(U) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(u) \text{ld } p(u) \text{ du.} \quad (3.28)$$

Die differentielle Entropie $H_{Gau\beta}(S_n)$ von zeitdiskreten, wertkontinuierlichen Teilbandsignalen s_n mit Gaußscher Wahrscheinlichkeitsdichte berechnet sich gemäß Gll. (3.23) und (3.28) zu

$$H_{Gau\beta}(S_n) = \frac{1}{2} \text{ld}(2\pi e \sigma_{s,n}^2), \quad (3.29)$$

die differentielle Entropie $H_{Laplace}(S_n)$ von zeitdiskreten, wertkontinuierlichen Teilbandsignalen s_n mit Laplacescher Wahrscheinlichkeitsdichte führt mit Gll. (3.25) und (3.28) auf

$$H_{Laplace}(S_n) = \frac{1}{2} \text{ld}(2e^2 \sigma_{s,n}^2). \quad (3.30)$$

Gegenüber der differentiellen Entropie $H_{Gau\beta}(S_n)$ vermindert sich die differentielle Entropie $H_{Laplace}(S_n)$ der Prädiktionsfehlersignale s_n mit Gll. (3.29) und (3.30) bei gleichen Varianzen $\sigma_{s,n}^2$ um [6]

$$\Delta H_{Laplace}(S_n) = H_{Gau\beta}(S_n) - H_{Laplace}(S_n) = \frac{1}{2} \text{ld}\left(\frac{\pi}{e}\right) = 0.104 \text{ bit.} \quad (3.31)$$

Die differentielle Entropie $H_{Gleich}(S_0)$ des zeitdiskreten, wertkontinuierlichen Teilbandsignals s_0 des Originalsignals ergibt wegen seiner konstanten Wahrscheinlichkeitsdichte mit Gll. (3.26) und (3.28)

$$H_{Gleich}(S_0) = \frac{1}{2} \text{ld}\left(12\sigma_{s,0}^2\right). \quad (3.32)$$

Bei den Originalsignalen reduziert sich daher die differentielle Entropie $H_{Gleich}(S_0)$ des tieffrequenten Teilbandsignals s_0 mit Gll. (3.26) und (3.29) um

$$\Delta H_{Gleich}(S_0) = H_{Gau\beta}(S_0) - H_{Gleich}(S_0) = \frac{1}{2} \text{ld}\left(\frac{\pi e}{6}\right) = 0.255 \text{ bit} \quad (3.33)$$

gegenüber der differentiellen Entropie $H_{Gau\beta}(S_0)$ bei gleichen Varianzen $\sigma_{s,0}^2$. Die differentielle Entropie der übrigen Teilbandsignale des Originalsignals vermindert sich wegen ihrer Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsdichte gemäß Gl. (3.31) um 0.104 bit.

Entsprechend verringert sich die differentielle Entropie $H_{\text{Gleich}}(Q_n)$ der Quantisierungsfehlersignale für Prädiktionsfehler- und Originalsignale um

$$\Delta H_{\text{Gleich}}(Q_n) = H_{\text{Gau\ss}}(Q_n) - H_{\text{Gleich}}(Q_n) = \frac{1}{2} \text{ld}\left(\frac{\pi e}{6}\right) = 0.255 \text{ bit} \quad (3.34)$$

gegenüber der differentiellen Entropie $H_{\text{Gau\ss}}(Q_n)$ bei gleichen Varianzen $\sigma_{q,n}^2$.

Um eine verbesserte Approximation der Datenrate $R^{(1)}$ gemäß Gl. (3.19) zu erhalten, werden im folgenden die Entropiedifferenzen der Teilband- und Quantisierungsfehlersignale nach Gll. (3.31), (3.33) und (3.34) in der Berechnung der Datenrate $R^{(2)}$

$$R^{(2)} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max}\left\{\text{ld}\left(\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2}\right), 0\right\} + K_{pdf} \text{ [bit/pel]}. \quad (3.35)$$

mittels eines Korrekturwertes K_{pdf} berücksichtigt. Dabei beträgt der Korrekturwert

$$K_{pdf, \text{Präd}} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (\Delta H_{\text{Gleich}}(Q_n) - \Delta H_{\text{Laplace}}(S_n)) = 0.151 \text{ bit/pel} \quad (3.36)$$

für Prädiktionsfehlersignale und

$$\begin{aligned} K_{pdf, \text{Ori}} &= \frac{1}{M_0} (\Delta H_{\text{Gleich}}(Q_0) - \Delta H_{\text{Gleich}}(S_0)) \\ &\quad + \frac{M_0 - 1}{M_0} \frac{1}{N - 1} \sum_{n=1}^{N-1} (\Delta H_{\text{Gleich}}(Q_n) - \Delta H_{\text{Laplace}}(S_n)) \\ &= 0.151 \frac{M_0 - 1}{M_0} \text{ bit/pel} \end{aligned} \quad (3.37)$$

für Originalsignale mit M_0 als Unterabtastfaktor im Teilbandsignal 0.

3.2.3 Überprüfung des Quellenmodells

Als ein Maß für den Approximationsfehler des Quellenmodells wird unter Verwendung von Gl. (3.35) die Differenz zwischen der mit *gemessenen* Varianzen bestimmten Datenrate $R_g^{(2)}$

$$R_g^{(2)} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left(\frac{\sigma_{s,n,gemessen}^2}{\sigma_{q,n,gemessen}^2} \right), 0 \right\} + K_{pdf} \quad (3.38)$$

und der mit *berechneten* Varianzen bestimmten Datenrate $R_b^{(2)}$

$$R_b^{(2)} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left(\frac{\sigma_{s,n,berechnet}^2}{\sigma_{q,n,berechnet}^2} \right), 0 \right\} + K_{pdf} \quad (3.39)$$

ermittelt.

Die Datenrate $R_g^{(2)}$ wird ohne Zuhilfenahme des Quellenmodells bestimmt, indem die in Anhang C gegebene Filterbank mit einer gleichförmigen Bandaufteilung in 256 Teilbandsignale simuliert wird. Als Eingangssignal wird wie in Abschnitt 3.1.1 die Testsequenz "BERT" eingesetzt. Die Varianzen $\sigma_{s,n,gemessen}^2$ und $\sigma_{q,n,gemessen}^2$ werden in den Teilbändern gemessen. Die Stufenbreiten δ_n können in der Simulation beliebig vorgegeben werden.

Die Datenrate $R_b^{(2)}$ wird mit derselben Filterbank aus dem separierbaren Leistungsdichtespektrum, d.h. unter Verwendung des Quellenmodells berechnet. Die Varianzen $\sigma_{s,n,berechnet}^2$ der Teilbandsignale sind aufgrund der Stationarität der Eingangssignale identisch mit den entsprechenden Varianzen der Teilbandsignale vor der Unterabtastung. Daher werden die Varianzen $\sigma_{s,n,berechnet}^2$ aus den Leistungsdichtespektren $S_{ss,sep,n}(f_x, f_y)$ der Teilbandsignale s_n vor Unterabtastung über

$$\sigma_{s,n,berechnet}^2 = \int_{-0.5}^{0.5} \int_{-0.5}^{0.5} S_{ss,sep,n}(f_x, f_y) df_x df_y \quad (3.40)$$

durch numerische Integration ermittelt. Jedes Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep,n}(f_x, f_y)$ berechnet sich dabei aus dem mit dem Betragsquadrat des Analysefilters $H_n(f_x, f_y)$ gewichteten separierbaren Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep}(f_x, f_y)$ des Eingangssignals nach Gl. (3.3) zu

$$S_{ss,sep,n}(f_x, f_y) = S_{ss,sep}(f_x, f_y) \cdot |H_n(f_x, f_y)|^2. \quad (3.41)$$

Die Varianzen $\sigma_{q,n,berechnet}^2$ der Quantisierungsfehlersignale werden gemäß Gl. (3.16) berechnet. Die Stufenbreiten δ_n werden dabei auf zwei verschiedene Weisen vorgegeben, die im folgenden beschrieben werden.

Um zunächst beurteilen zu können, inwieweit das separierbare Leistungsdichtespektrum das reale Spektrum approximiert, wird die Quantisierung so fein eingestellt, daß das Leistungsdichtespektrum des Teilbandsignals immer größer als das des Quantisierungsfehlersignals ist. Die Differenz der so resultierenden Datenraten

$$\Delta R = R_g^{(2)} - R_b^{(2)} \big|_{\delta_n \rightarrow 0} \quad (3.42)$$

beträgt beim Prädiktionsfehlersignal

$$\Delta R_{Präd} = -0.08 \text{ bit/pel} \big|_{\delta_n \rightarrow 0} \quad (3.43)$$

und beim Originalsignal

$$\Delta R_{Ori} = 0.34 \text{ bit/pel} \big|_{\delta_n \rightarrow 0}. \quad (3.44)$$

Der Approximationsfehler des Quellenmodells bei sehr feiner Quantisierung liegt also in der Größenordnung von 1.8% bzw. 4.5% bezogen auf die Datenrate von 4.40 bit/pel des Prädiktionsfehlersignals bzw. 7.60 bit/pel des Originalsignals. Diese Abweichungen sind so gering, daß das separierbare Leistungsdichtespektrum als gutes Signalmodell betrachtet werden kann.

Das in dieser Arbeit betrachtete Codierungssystem verwendet eine teilbandindividuelle Quantisierung mit der Stufenbreite δ_{max} derart, daß der resultierende Codierfehler möglichst genau an der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle liegt. Durch die damit verbundene gröbere Quantisierung gibt es Teilbandsignale, in denen die Varianz des Quantisierungsfehlers gemäß Gl. (3.17) größer als die des Teilbandsignals ist, und die demzufolge gemäß Gll. (3.38) und (3.39) nicht zur Datenrate beitragen. Die Differenz der beiden Datenraten $R_g^{(2)}$ und $R_b^{(2)}$ ergibt sich in diesem Fall zu

$$\Delta R = K_{psd} = R_{gemessen}^{(2)} - R_{berechnet}^{(2)} \big|_{\delta_n = \delta_{n,max}}, \quad (3.45)$$

der als Korrekturwert K_{psd} für den Approximationsfehler des separierbaren Leistungsdichtespektrums $S_{ss,sep}(f_x, f_y)$ bei der Berechnung der Datenrate berücksichtigt werden soll. Dieser Wert beträgt für das Prädiktionsfehlersignal

$$K_{psd, Präd} = 0.008 \text{ bit/pel} \quad (3.46)$$

und für das Originalsignal

$$K_{psd, Ori} = 0.104 \text{ bit/pel}. \quad (3.47)$$

Dieser Approximationsfehler des Quellenmodells bei Codierung an der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle liegt also in der Größenordnung von 0.2% bzw. 1.4%, bezogen auf die Datenrate von 4.40 bit/pel des Prädiktionsfehlersignals bzw. 7.60 bit/pel des Originalsignals.

Die absolute Differenz der oben betrachteten Datenraten ist bei Quantisierung an der Sichtbarkeitsschwelle also wesentlich kleiner als bei extrem feiner Quantisierung. Das separierbare Leistungsdichtespektrum und das reale Leistungsdichtespektrum weichen also hauptsächlich in den Teilbändern voneinander ab, in denen bei Quantisierung an der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle die Datenrate identisch Null ist.

Da bei allen nachfolgenden Betrachtungen eine Codierung an der Sichtbarkeitsschwelle eingesetzt wird, werden die Korrekturwerte K_{psd} gemäß Gl. (3.46) und (3.47) im folgenden immer dann berücksichtigt, wenn eine Datenrate unter Verwendung des Quellenmodells ermittelt wird, d.h. die Datenrate wird gemäß

$$R^{(3)} = R_{TBC} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left[\frac{\sigma_{s,n,berechnet}^2}{\sigma_{q,n,max,berechnet}^2} \right], 0 \right\} + K_{pdf} + K_{psd} \quad (3.48)$$

mit K_{pdf} und K_{psd} gemäß Tabelle 3.3 berechnet.

	K_{pdf}	K_{psd}
Prädiktionsfehlersignal	0.151	0.008
Originalsignal	$0.151(M_0-1)/M_0$	0.104

Tabelle 3.3 Korrekturwerte K_{pdf} und K_{psd} für Prädiktionsfehler- und Originalsignale
 M_0 Unterabtastfaktor im Teilband 0

Damit ist sichergestellt, daß die Approximationsfehler des in der Optimierung eingesetzten Quellenmodells die Datenrate möglichst wenig verfälschen. Da im folgenden nur noch die berechneten Varianzen verwendet werden, kann eine vereinfachte Schreibform eingeführt werden, bei der die Varianzen $\sigma_{s,n,berechnet}^2$ der Teilbandsignale mit $\sigma_{s,n}^2$, die maximal zulässigen Varianzen $\sigma_{q,n,max,berechnet}^2$ der Quantisierungsfehlersignale mit $\sigma_{q,n}^2$ und die maximal zulässigen Stufenbreiten $\delta_{n,max}$ mit δ_n bezeichnet werden.

3.3 Informationstheoretische Grenzwerte hinsichtlich Redundanz– und Irrelevanzreduktion

In diesem Abschnitt werden theoretische untere Grenzwerte der Datenrate hergeleitet, um damit später die Optimierungsergebnisse zu beurteilen. Dabei wird zuerst der theoretische untere Grenzwert der Datenrate angegeben, wobei das in Abschnitt 3.1 eingeführte Quellen– und Empfängermodell eingesetzt wird. Auch hier wird das separierbar approximierete Leistungsdichtespektrum der Sequenz "BERT" verwendet, da sich diese Sequenz als besonders kritisch erwiesen hat. Anschließend wird der untere Grenzwert der Datenrate unter der Einschränkung hergeleitet, daß ein Teilbandcodierungssystem mit einer vorgegebenen begrenzten Teilbandanzahl vorliegt, wobei noch die Fälle orthogonaler und beliebiger Systeme unterschieden werden.

3.3.1 Theoretischer unterer Grenzwert der Datenrate

Der theoretische untere Grenzwert der Datenrate ist mit den in den Abschnitten 3.1 und 3.2 beschriebenen Modellen durch die Leistungsdichtespektren des Eingangssignals und des maximal zulässigen Codierfehlersignals festgelegt zu [4]

$$R_{min} = 0.5 \int_{-0.5}^{0.5} \int_{-0.5}^{0.5} \text{ld} \left(\frac{S_{ss, sep}(f_x, f_y)}{S_{qq, max}(f_x, f_y)} \right) df_x df_y + K_{pdf} + K_{psd}. \quad (3.49)$$

Das Leistungsdichtespektrum $S_{qq, max}(f_x, f_y)$ des maximal zulässigen Codierfehlersignals entspricht hierbei der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, f_y)$, sofern diese kleiner als das Leistungsdichtespektrum $S_{ss, sep}(f_x, f_y)$ des Eingangssignals ist. In Bereichen, in denen die Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, f_y)$ größer als das Leistungsdichtespektrum $S_{ss, sep}(f_x, f_y)$ des Eingangssignals ist, hat das Leistungsdichtespektrum $S_{qq, max}(f_x, f_y)$ den Verlauf des Leistungsdichtespektrums $S_{ss, sep}(f_x, f_y)$ des Eingangssignals. Es gilt also

$$S_{qq, max}(f_x, f_y) = \text{Min} \{ T_V(f_x, f_y), S_{ss, sep}(f_x, f_y) \} \text{ für alle } f_x, f_y. \quad (3.50)$$

Mit Gl. (3.50) ist sichergestellt, daß die Datenrate niemals negative Werte annehmen kann.

Bild 3.7 zeigt das Leistungsdichtespektrum $S_{qq, max}$ des maximal zulässigen Codierfehlersignals für ein Beispiel, bei dem das Leistungsdichtespektrum $S_{qq, max}$ über den gesamten dargestellten Frequenzbereich mit der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle T_V übereinstimmt.

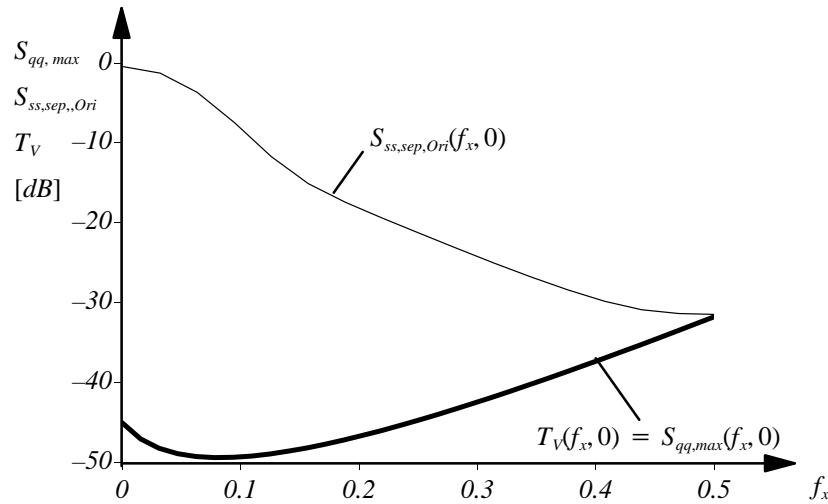


Bild 3.7 Leistungsdichtespektrum $S_{qq, max}(f_x, 0)$ des maximal zulässigen Codierfehlersignals und Leistungsdichtespektrum $S_{ss, sep, Ori}(f_x, 0)$ des Eingangssignals sowie die frequenzabhängige Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, 0)$ jeweils bezogen auf $S_{ss, sep, Ori}(0, 0)$

Bild 3.8 veranschaulicht das Leistungsdichtespektrum des maximal zulässigen Codierfehlersignals $S_{qq, max}$ für einen Fall, bei dem das Leistungsdichtespektrum $S_{qq, max}$ nicht über den gesamten dargestellten Frequenzbereich mit der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle T_V übereinstimmt.

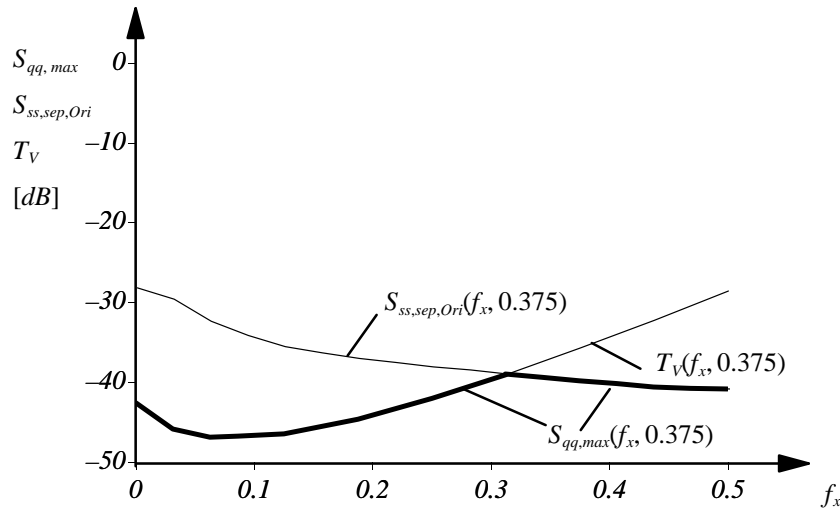


Bild 3.8 Leistungsdichtespektrum $S_{qq,max}(f_x, 0.375)$ des maximal zulässigen Co-dierfehlersignals und Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep,Ori}(f_x, 0.375)$ des Eingangssignals sowie die frequenzabhängige Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, 0.375)$ jeweils bezogen auf $S_{ss,sep,Ori}(0, 0)$

Der theoretische untere Grenzwert der Datenrate ergibt sich mit Gl. (3.49) für die hier betrachtete Sequenz "BERT" bei den Prädiktionsfehlersignalen zu

$$R_{min,Präd} = 1.11 \text{ bit/pel} \quad (3.51)$$

und bei den Originalsignalen zu

$$R_{min,Ori} = 2.30 \text{ bit/pel}. \quad (3.52)$$

Eine Teilbandcodierung mit gleichförmiger Frequenzbandaufteilung wird sich dem Grenzwert der Datenrate R_{min} annähern, indem die Anzahl der Teilbandsignale hinreichend groß gewählt wird [20], [26]. Dieser Grenzwert wird daher im weiteren auch als theoretischer unterer Grenzwert der Datenrate bei *hinreichend hoher* Teilbandanzahl bezeichnet.

3.3.2 Unterer Grenzwert der Datenrate bei vorgegebener Bandaufteilung mit begrenzter Teilbandanzahl

Für eine gedächtnislose Codierung der Teilbandsignale gemäß Abschnitt 3.1.4 soll der untere Grenzwert der Datenrate bei vorgegebener Bandaufteilung mit begrenzter

Teilbandanzahl ermittelt werden. Dieser Grenzwert wird erreicht, wenn die Teilbandsignale kein Aliasing enthalten [11]. In diesem Fall gehen die Übertragungsfunktionen der Teilbandfilter vom Durchlaßbereich ohne Übergangsbereich in den Sperrbereich über. Der Frequenzbereich des Durchlaßbereichs stimmt für jedes Teilbandfilter $H_n(f_x, f_y)$ bzw. $G_n(f_x, f_y)$ mit dessen Frequenzbereich $(\Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n})$ gemäß Gl. (2.47) und (2.48) überein. Für den Sperrbereich $f_x, f_y \notin \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n}$ gilt

$$G_n(f_x, f_y) = H_n(f_x, f_y) = 0 \quad \text{für alle } f_x, f_y \notin \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n}. \quad (3.53)$$

Der untere Grenzwert der Datenrate $R_{TBC, \min}$ bei vorgegebener Bandaufteilung mit begrenzter Teilbandanzahl N berechnet sich entsprechend Gl. (3.48) mit dem jeweiligen Unterabtastfaktor M_n im Teilband n zu

$$R_{TBC, \min} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left(\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2} \right), 0 \right\} + K_{psd} + K_{pdf} \quad [\text{bit}/\text{pel}]. \quad (3.54)$$

Dabei beschreibt $\sigma_{s,n}^2$ die aus dem separierbaren Leistungsdichtespektrum berechnete Varianz des Teilbandsignals n und $\sigma_{q,n}^2$ die maximal zulässige Varianz des Quantisierungsfehlersignals im Teilband n .

Die Varianz $\sigma_{s,n}^2$ des Teilbandsignals n ist abhängig vom Betragsfrequenzgang des zugehörigen Analysefilters $H_n(f_x, f_y)$ und dem Leistungsdichtespektrum $S_{ss, \text{sep}}(f_x, f_y)$ des Eingangssignals gemäß

$$\sigma_{s,n}^2 = \int_{\Delta f_{y,n}} \int_{\Delta f_{x,n}} S_{ss, \text{sep}}(f_x, f_y) |H_n(f_x, f_y)|^2 df_x df_y. \quad (3.55)$$

Die Varianz $\sigma_{q,n}^2$ des Quantisierungsfehlersignals im Teilband n wird aus der Nebenbedingung bestimmt, daß der nach Verarbeitung in der Synthesefilterbank resultierende Codierfehler den maximal zulässigen Codierfehler nicht überschreitet, d.h. es muß gelten

$$S_{qq}(f_x, f_y) \stackrel{!}{\leq} S_{qq, \text{max}}(f_x, f_y). \quad (3.56)$$

Das Leistungsdichtespektrum des Codierfehlers im Durchlaßbereich des n -ten Teilbandes ergibt sich durch Abtastratenerhöhung um den Faktor M_n und Synthesefilterung des Quantisierungsfehlers q_n zu

$$S_{qq}(f_x, f_y) = \sigma_{q,n}^2 \cdot \frac{1}{M_n} |G_n(f_x, f_y)|^2 \quad \text{für } f_x, f_y \in \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n}. \quad (3.57)$$

Die Division durch den Faktor M_n erklärt sich dadurch, daß sich die Varianz des Quantisierungsfehlers q_n nach der Abtastratenerhöhung auf M_n Abtastwerte verteilt.

Aufgrund von Gl. (3.53) und wegen der hier für die Filterbank generell geforderten exakten Rekonstruktion muß Gl. (2.38) für jeden Summanden einzeln erfüllt sein. Nach Betragsbildung und Quadrierung ergibt sich für jeden Summanden

$$|G_n(f_x, f_y)|^2 = \frac{M_n^2}{|H_n(f_x, f_y)|^2}, \quad \text{für } f_x, f_y \in \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n}. \quad (3.58)$$

Im weiteren werden zwei Fälle unterschieden. Im ersten Fall wird bei Beschränkung auf *orthogonale* Systeme der untere Grenzwert der Datenrate $R_{orth,min}$ bei vorgegebener Bandaufteilung mit begrenzter Teilbandanzahl bestimmt. Im zweiten Fall wird diese Einschränkung aufgehoben und der untere Grenzwert der Datenrate $R_{TBC,min}$ bei vorgegebener Bandaufteilung mit begrenzter Teilbandanzahl für *beliebige* Systeme hergeleitet.

Sonderfall Orthogonale Systeme

Mit der Annahme orthogonaler Systeme muß zusätzlich zu Gl. (3.58) die Bedingung

$$|G_n(f_x, f_y)| = |H_n(f_x, f_y)| \quad \text{für alle } f_x, f_y \quad (3.59)$$

gelten [11]. Mit Gl. (3.53), (3.58) und (3.59) folgt

$$|G_n(f_x, f_y)| = |H_n(f_x, f_y)| = \begin{cases} \sqrt{M_n}, & \text{für } f_x, f_y \in \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}. \quad (3.60)$$

Bei Verwendung von orthogonalen Filterbänken können also die Forderungen aus (3.58) und (3.59) nur dann gleichzeitig erfüllt werden, wenn als Analyse- und Synthesefilter jeweils um den Faktor $\sqrt{M_n}$ verstärkte ideale Bandpässe [43] eingesetzt werden.

Mit den Teilbandfiltern nach Gl. (3.60) ergibt sich entsprechend Gl. (3.54) der untere Grenzwert der Datenrate $R_{orth,min}$ für orthogonale Systeme

$$R_{orth,min} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{2M_n} \text{Max} \left\{ \text{ld} \left(\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2} \right), 0 \right\} + K_{psd} + K_{pdf} \quad [\text{bit/pel}], \quad (3.61)$$

wobei sich die Varianzen $\sigma_{s,n}^2$ der Teilbandsignale in diesem Fall mit Gl. (3.55) und Gl. (3.60) zu

$$\sigma_{s,n}^2 = M_n \int_{\Delta f_{y,n}} \int_{\Delta f_{x,n}} S_{ss,sep}(f_x, f_y) df_x df_y \quad (3.62)$$

berechnen.

Bild 3.9 veranschaulicht Gl. (3.62) für ein eindimensionales Beispiel mit einer gleichförmigen Bandaufteilung in vier Teilbandsignale. Die schraffierten Rechtecke entsprechen $\sigma_{s,n}^2/M_n$.

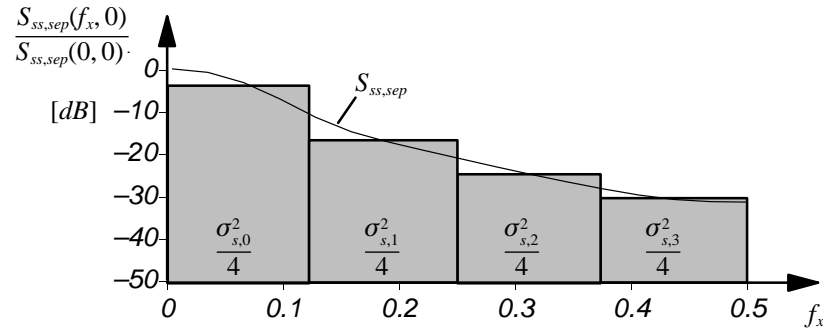


Bild 3.9 Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep}(f_x, 0)$ des Eingangssignals und graphische Darstellung der Varianzen $\sigma_{s,n}^2/M_n$ der Teilbandsignale bei orthogonalen Systemen am Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in 4 Teilbandsignale ($N = M_n = 4$)

Da die Varianzen $\sigma_{s,n}^2$ der Teilbandsignale mit Gl. (3.62) festliegen, wird die Datenrate $R_{orth,min}$ gemäß (3.61) genau dann minimal, wenn die Varianzen $\sigma_{q,n}^2$ der Quantisierungsfehlersignale ihren maximal erlaubten Wert besitzen. Aus Gl. (3.57) folgt mit Gl. (3.60)

$$S_{qq}(f_x, f_y) = \sigma_{q,n}^2, \quad \text{für } f_x, f_y \in \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n}. \quad (3.63)$$

Das Leistungsdichtespektrum $S_{qq}(f_x, f_y)$ bildet eine Treppenfunktion, die der Bedingung (3.56) genügen muß, d.h.

$$S_{qq}(f_x, f_y) = \underset{f_x, f_y \in \Delta f_{x,n} \Delta f_{y,n}}{\text{Min}} \{S_{qq, \max}(f_x, f_y)\}. \quad (3.64)$$

Bild 3.10 veranschaulicht Gl. (3.64) für ein eindimensionales Beispiel mit einer gleichförmigen Bandaufteilung in vier Teilbandsignale. Die schraffierten Rechtecke entsprechen $\sigma_{q,n}^2$.

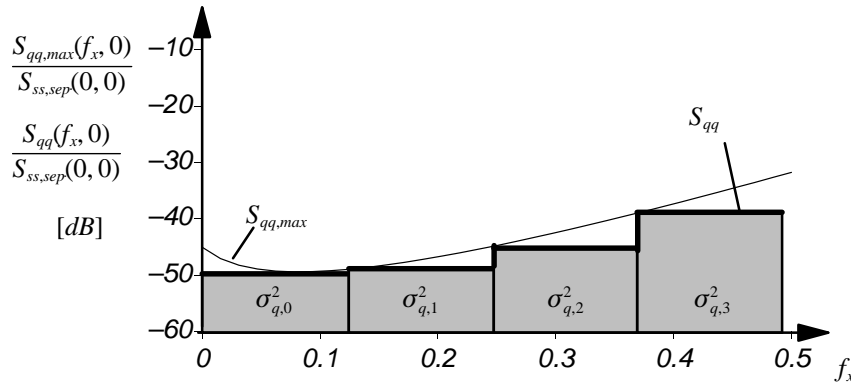


Bild 3.10 Leistungsdichtespektrum $S_{qq}(f_x, 0)$ des Codierfehlers und Leistungsdichtespektrum $S_{qq, \max}(f_x, 0)$ des maximal zulässigen Codierfehlers sowie graphische Darstellung der Varianzen $\sigma_{q,n}^2$ der Quantisierungsfehlersignale bei orthogonalen Systemen am Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in 4 Teilbandsignale

Die Datenrate eines Teilbandes ergibt sich nach Gl. (3.61) aus dem Verhältnis der Leistungen $\sigma_{s,n}^2/\sigma_{q,n}^2$. Unter Verwendung von Gll. (3.62) – (3.64) erhält man

$$\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2} = M_n \int \int_{\Delta f_{y,n} \Delta f_{x,n}} \frac{S_{ss, \text{sep}}(f_x, f_y)}{\min_{f_x, f_y \in \Delta f_{x,n} \Delta f_{y,n}} S_{qq, \max}(f_x, f_y)} df_x df_y. \quad (3.65)$$

Der untere Grenzwert der Datenrate $R_{orth,min}$ für orthogonale Systeme berechnet sich bei einer gleichförmigen Bandaufteilung in 64 Teilbandsignale für die hier betrachtete Sequenz "BERT" bei den Prädiktionsfehlersignalen zu

$$R_{orth,min,Präd} = 1.39 \text{ bit/pel} \quad (3.66)$$

und bei den Originalsignalen zu

$$R_{orth,min,Ori} = 2.52 \text{ bit/pel}. \quad (3.67)$$

Beliebige Systeme

Läßt man die Einschränkung auf orthogonale Systeme fallen, so können die Übertragungsfunktionen der Teilbandfilter im Durchlaßbereich beliebig gewählt werden und müssen nicht wie bei den orthogonalen Systemen konstant sein. Dieser zusätzliche Freiheitsgrad kann eine Reduzierung des unteren Grenzwerts der Datenrate $R_{TBC,min}$ ermöglichen. Auch bei Verwendung beliebiger Systeme wird der untere Grenzwert der Datenrate erreicht, wenn die Teilbandsignale kein Aliasing enthalten.

Gl. (3.57) zeigt den Einfluß der Übertragungsfunktion eines Synthesefilters $G_n(f_x, f_y)$ auf das Leistungsdichtespektrum $S_{qq}(f_x, f_y)$ des Codierfehlersignals. Bei Änderung des Synthesefilters G_n muß gemäß Gl. (3.58) die Übertragungsfunktion des Analysefilters $H_n(f_x, f_y)$ angepaßt werden. Die Übertragungsfunktionen der Teilbandfilter müssen nun so gewählt werden, daß die Datenrate $R_{TBC,min}$ minimal wird, um den unteren Grenzwert der Datenrate zu erreichen. Dabei muß weiterhin Gl. (3.56) erfüllt sein.

Bei den orthogonalen Systemen bestimmt sich das Leistungsdichtespektrum $S_{qq}(f_x, f_y)$ des Codierfehlers wegen der im Durchlaßbereich konstanten Filter als Treppenfunktion (Bild 3.10). Eine exakte Annäherung des Leistungsdichtespektrums $S_{qq}(f_x, f_y)$ an das Leistungsdichtespektrum $S_{qq,max}(f_x, f_y)$ des maximal zulässigen Codierfehlers läßt sich erreichen, wenn in jedem Teilband das konstante Spektrum des Quantisierungsfehlers q_n durch die Synthesefilter $G_n(f_x, f_y)$ spektral geformt wird derart, daß

$$S_{qq}(f_x, f_y) \equiv S_{qq,max}(f_x, f_y). \quad (3.68)$$

Dafür muß das Betragsquadrat $|G_n(f_x, f_y)|^2$ der Übertragungsfunktion jedes Synthesefilters im jeweiligen Durchlaßbereich exakt proportional zum Leistungsdichtespektrum $S_{qq,max}(f_x, f_y)$ des maximal zulässigen Codierfehlers gewählt werden.

Mit Gl. (3.57) folgt für die Übertragungsfunktionen der Synthesefilter

$$|G_n(f_x, f_y)|^2 = M_n \frac{S_{qq, \max}(f_x, f_y)}{\sigma_{q,n}^2}, \text{ für } f_x, f_y \in \Delta f_{x,n}, \Delta f_{y,n} \quad (3.69)$$

und mit Gl. (3.58) für die Übertragungsfunktionen der Analysefilter

$$|H_n(f_x, f_y)|^2 = M_n \frac{\sigma_{q,n}^2}{S_{qq, \max}(f_x, f_y)}. \quad (3.70)$$

Die Datenrate eines Teilbandes ergibt sich nach Gl. (3.54) aus dem Verhältnis der Leistungen $\sigma_{s,n}^2/\sigma_{q,n}^2$. Unter Verwendung der Gl. (3.55) und (3.70) erhält man in diesem Fall

$$\frac{\sigma_{s,n}^2}{\sigma_{q,n}^2} = M_n \int_{\Delta f_{y,n}} \int_{\Delta f_{x,n}} \frac{S_{ss, \text{sep}}(f_x, f_y)}{S_{qq, \max}(f_x, f_y)} df_x df_y. \quad (3.71)$$

Ein Vergleich des Leistungsverhältnisses bei beliebigen Systemen gemäß Gl. (3.71) mit dem bei orthogonalen Systemen gemäß Gl. (3.65) zeigt, daß das Verhältnis bei beliebigen Systemen mit der in dieser Arbeit verwendeten Sichtbarkeitsschwelle immer kleiner ist und damit auch der untere Grenzwert der Datenrate durch Aufhebung der Orthogonalitätsbedingung reduziert wird.

Zur Veranschaulichung der erzielten Ergebnisse sollen die Gl. (3.68) – (3.71) graphisch dargestellt werden. Gl. (3.71) legt das Leistungsverhältnis von Teilbandsignalen und Quantisierungsfehlersignalen fest. Die absolute Größe einer der beiden Varianzen kann beliebig gewählt werden. Für den Vergleich mit den Ergebnissen des orthogonalen Systems werden im folgenden die Varianzen $\sigma_{q,n}^2$ des Quantisierungsfehlersignals im Teilband n wie beim orthogonalen System gewählt (Bild 3.10).

Gl. (3.69) und (3.70) zeigen, daß die Übertragungsfunktionen der Teilbandfilter bei beliebigen Systemen Funktionen des Leistungsdichtespektrums $S_{qq, \max}(f_x, f_y)$ und damit der frequenzabhängigen Sichtbarkeitsschwelle $T_V(f_x, f_y)$ sind. Bild 3.11 zeigt die Übertragungsfunktionen der Synthesefilter $G_n(f_x, f_y)$, Bild 3.12 die der Analysefilter $H_n(f_x, f_y)$ für ein eindimensionales Beispiel mit einer gleichförmigen Bandaufteilung in vier Teilbandsignale.

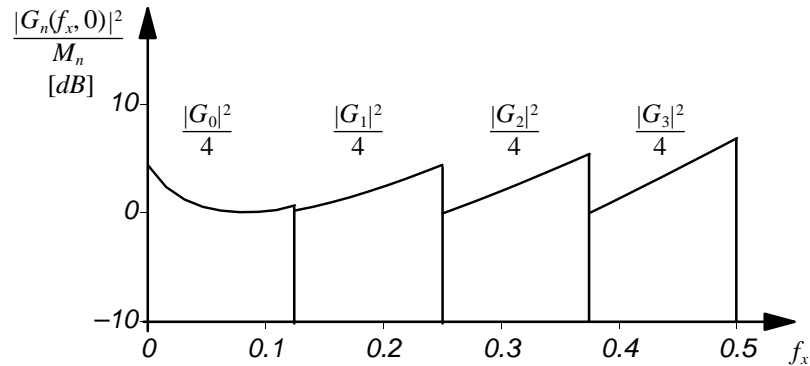


Bild 3.11 Übertragungsfunktionen der Synthesefilter bei beliebigen Systemen am Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in 4 Teilbandsignale ($N = M_n = 4$)

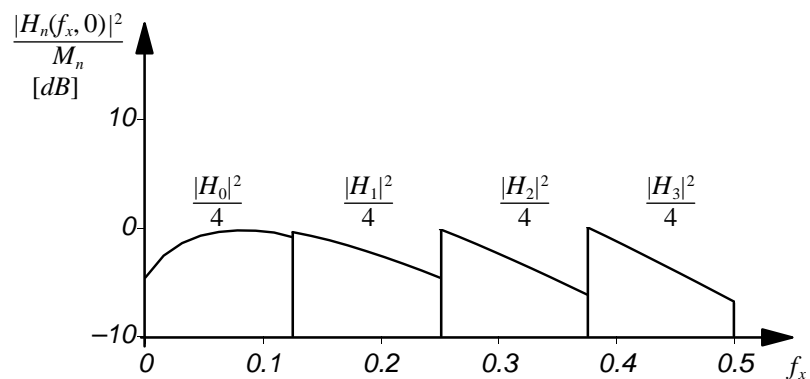


Bild 3.12 Übertragungsfunktionen der Analysefilter bei beliebigen Systemen am Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in 4 Teilbandsignale ($N = M_n = 4$)

Bild 3.13 veranschaulicht das Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep}(f_x, 0)$ des Eingangssignals sowie die Varianzen $\sigma_{s,n}^2$ der N Teilbandsignale für ein eindimensionales Beispiel mit einer gleichförmigen Bandaufteilung in vier Teilbandsignale. Ein Vergleich mit Bild 3.9 zeigt, daß die Varianzen der Teilbandsignale infolge des nicht konstanten

Verlaufs der Übertragungsfunktionen der Analysefilter gegenüber denen in orthogonalen Systemen vermindert worden sind.

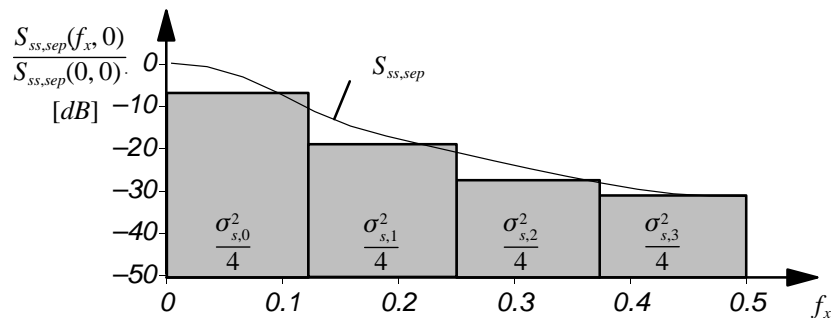


Bild 3.13 Leistungsdichtespektrum $S_{ss,sep}(f_x, 0)$ des Eingangssignals und graphische Darstellung der Varianzen $\sigma_{s,n}^2$ der Teilbandsignale bei beliebigen Systemen am Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in $N = 4$ Teilbandsignale

Bild 3.14 stellt Gl. (3.68) für das Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in $N = 4$ Teilbandsignale dar.

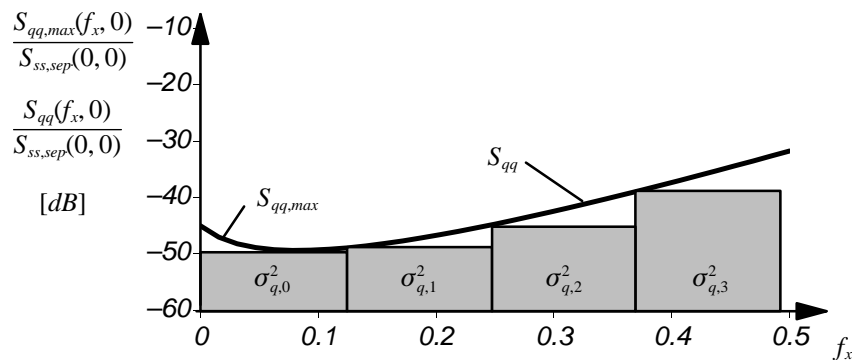


Bild 3.14 Leistungsdichtespektrum $S_{qq}(f_x, 0)$ des Codierfehlers und Leistungsdichtespektrum $S_{qq,max}(f_x, 0)$ des maximal zulässigen Codierfehlers sowie graphische Darstellung der Varianzen $\sigma_{q,n}^2$ der Quantisierungsfehlersignale bei beliebigen Systemen am Beispiel einer eindimensionalen gleichförmigen Bandaufteilung in 4 Teilbandsignale

Der untere Grenzwert der Datenrate für beliebige Systeme beträgt bei einer gleichförmigen Bandaufteilung in 64 Teilbandsignale für die hier betrachtete Sequenz "BERT" bei den Prädiktionsfehlersignalen

$$R_{TBC,min,Präd} = 1.19 \text{ bit/pel} \quad (3.72)$$

und bei den Originalsignalen

$$R_{TBC,min,Ori} = 2.34 \text{ bit/pel}. \quad (3.73)$$

Tabelle 3.4 zeigt einen Vergleich der betrachteten Grenzwerte untereinander.

[bit/pel]	N	Prädiktionsfehlersignal	Originalsignal
$R_{orth,min}$	64	1.39	2.52
$R_{TBC,min}$	64	1.19	2.34
R_{min}	$N \rightarrow \infty$	1.11	2.30

Tabelle 3.4 Untere Grenzwerte der Datenrate R_{min} , $R_{TBC,min}$, $R_{orth,min}$ jeweils für Prädiktionsfehler- und Originalsignale der Testsequenz "BERT"

Die Differenz zwischen R_{min} und $R_{TBC,min}$ kennzeichnet mit 0.08 bit/pel bei den Prädiktionsfehlersignalen und 0.04 bit/pel bei den Originalsignalen den Anstieg der Datenrate, der sich durch die Einschränkung auf 64 Teilbandsignale ergibt. Die zusätzliche Einschränkung auf orthogonale Systeme bewirkt einen Anstieg der Datenrate um 0.20 bit/pel bei den Prädiktionsfehlersignalen und 0.18 bit/pel bei den Originalsignalen, wie die Differenz zwischen $R_{TBC,min}$ und $R_{orth,min}$ zeigt. Da die Einschränkung auf orthogonale Systeme die mögliche Datenreduktion zu sehr beeinträchtigt, werden im folgenden die beliebigen Systeme weiter verfolgt.